Seria 5. Niezależność zdarzeń

1. Niech Ω będzie zbiorem n elementowym, $A, B \subset \Omega$ niezależne. Pokaż, że jeśli A ma i elementów wówczas B musi mieć $j = kn(NWD(i,n))^{-1}$ elementów, gdzie $k \in \{0, 1, ..., NWD(i,n)\}$.

2. Niech A, B, C będą niezależne. Pokaż, że

   (a) $A, B \cap C$ są niezależne;

   (b) $A, B \cup C$ są niezależne;

   (c) $A, B \backslash C$ są niezależne.

3. Kierowcy dzielą się na ostrożnych (jest ich 95/100 i taki kierowca powoduje wypadek w ciągu roku z prawdopodbieństwem $0,01$) i piratów (jest ich 5/100, szansa na wypadek w ciągu roku $0,5$). Wybrany losowo kierowca nie spowodował wypadku w roku 1998 ani 1999. Jaka jest szansa, że spowoduje wypadek w roku 2000?

4. Rzucono 10 razy kostką. Jaka jest szansa otrzymania

   (a) 6 oczek co najmniej raz?

   (b) 5 oczek co najmniej raz?

5. Dwie osoby rzucają n razy symetryczną monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każda z nich otzryma tę samą liczbę orłów?

6. Rzucono 10 razy kostką symetryczną. Jakie jest prwdopdobieństwo, że w pierwszym rzucie otrzymano szóstkę, jeśli wiadomo, że

   (a) otrzymano 3 szóstki

   (b) w następnych 9-ciu rzutach otrzymano szóstki?

7. Obliczyć prawdopodobieństwo otrzymania parzystej liczby sukcesów w ciągu n prób Bernouliego z prawdopdobieństwem sukcesu w pojedynczej próbie równym p.

8. Jakie jest prawdodpobieństwo, że przy wielokrotnym rzucaniu parą kostek sześciennych suma oczek 8 wypadnie przed sumą oczek 7.

9. Ciągniemy losy z urny. W urnie jest b kul białych i c kul czarnych. Jaka jest szansa, że k ta kula będzie czarna?

10. Król Artur urządza turniej rycerski, w którym rycerze spotykają się systemem turniejowym. Obaj uczestnicy każdego pojedynku mają równe szanse na zwycięstwo. Wsród 2^n uczestników jest dwóch braci. Jakie jest prawdopdobieństwo, że się spotkają w pojedynku?

11. Rzucamy prawidłową monetą do chwili, gdy albo wyrzucimy orła, albo też wykonamy trzy rzuty. jakie jest prawdopdobieństwo, że moneta zostanie rzucona trzy razy, jeli wiadomo, że przy pierwszym doświadczeniu wypadła reszka?

12. Rzucamy monetą tak długo, aż wypadnie orzeł. Jaka jest szansa, że gra się zakończy po parzystej liczbie rzutów?

13. Urna zawiera 8 kul białych i 4 czarne. Losujemy jednocześnie 2 kule. Co jest bardziej prawdodpodobne: to, że obie kule będą białe, czy też to, że kule będą różnyh kolorów?

14. Na odcinku wybrano losowo dwa punkty. Jakie jest prawdodpodobieństwo, że można z nich zbudować trójkąt?