Zadania domowe 9

22 kwietnia 2004

1. W chwili t, $t = 2, 3, ...$ cząstka albo znika z prawdopodobieństwem q, albo przekształca się w m takich samych cząstek z prawdopodobieństwem $p = 1 - q$. Jaka jest średnia liczba cząstek w n-tym pokoleniu?
2. X, Y mają jednakowy rozkład. Czy jest prawdą, że $\mathbf{E}(\frac{X}{X+Y}) = \mathbf{E}(\frac{Y}{X+Y})$.
3. Momenty przybycia autobusów A i B są niezależnymi zmiennymi losowymi X, Y o rozkładzie wykładniczym z parametrami α, β.
   (a) Znaleźć rozklad przybycia pierwszego autobusu.
   (b) Obliczyć prawdopodobieństwo, że autobus A przyjedzie pierwszy.
4. Udowodnić, że jeśli ciąg zmiennych losowych $\sqrt{X_n}$ jest zbieżny w L^2, ciąg (X_n) jest zbieżny L^1.
5. Rzucamy monetą nieskończenienie wiele razy i jeśli w n-tym rzucie wypadnie orzeł to wygrywamy $2 \cdot 3^{-n}$ złotych. Niech X oznacza łączną wygraną. Wyznaczyć dystybuantę X i pokzać, że gęstosć nie istnije. Jaki jest związek dystrybuanty ze zbiorem Cantora? Jak jest wartość oczekiwana i wariancja wygranej?