Zadania domowe 8

15 kwietnia 2004

1. W grupie N osób, badając krew, trzeba wykryć wszystkie osoby z pewną wadą (+). Zakładamy, że każda z osób ma tę wadę z tym samym prawdopodobieństwem p i że wady występują niezależnie. Dzielimy całą grupę na podgrupy k-osobowe, w każdej podgrupie mieszamy krew i badamy. Jeżeli wynik jest $(-)$ to wszyscy w tej podgrupie są zdrowi i wsytarczyło jedno badanie (dla tej podgrupy). Jeżeli otrzymamy (+), to badamy oddzielnie wszystkie osoby z danej podgrupy. Obliczyć wartość oczekiwaną łącznej liczby przeprowadzonych badań.

2. Kij o długości 1 złamano w punkcie wybranym losowo, z prawdopodobieństwem rozłożonym równomiernie. Obliczyć wartość oczekiwaną stosunku:

   (a) długości kawałka lewego do długości prawego;

   (b) długości kawałka krótszego do dłuższego.

3. Niech X będzie d-wymiarową zmienną losową taką, że $\mathbf{E}|X| < \infty$ (gdzie $|x| = \sqrt{x_1^2 + ...x_d^2}$). Pokazać, że $|\mathbf{E}X| \leqslant \mathbf{E}|X|$.

4. Przy produkcji pewnego wyrobu możliwe są dwa rodzaje defektów: I i II. Braki wskutek defektu I stanowią 3%, zaś braki z powodu defektu II $4,5\%$ produkcji. Łącznie braki stanowią 5% produkcji. Zanleźć współczynik korelacji braków I i II.

5. Na podstawie losowej próby szacujemy porcent dorosłych którzy umieją czytać i pisać. Wiadomo na pewno, że jest to podnad 90% (dorosłej) populacji, a błąd ma być mniejszy niż $0,01$ z prawdopodobieństwem $0,9$. Ile osób musi liczyć próba?