Zadania domowe 1

19 lutego 2004

1. Opisać wszystkie σ-ciała, jeśli Ω jest zbiorem przeliczalnym.

2. Mamy 10 chłopców i 10 dziewczyn. Kazdy chłopak ma swoją dziweczynę. Ustawiamy ich w jednym rządku. Jaka jest szanasa, że żadana dziewczyna nie stoi obok swojego chłopaka?

3. Mamy zdarzenia A_i, $1 \leqslant i \leqslant n$. Wiemy, że przynajmniej jedno z nich zachodzi oraz, ze jednocześnie nie zachodzą więcej niż trzy zdarzenia $n \geqslant 3$. Prawdopodobieństwo, że pojawią się przynajmniej dwa zdarzenia wynosi $\frac{1}{2}$. Ponadto

$$P(A_i) = p, \quad P(A_i \cap A_j) = q, \quad \forall i < j, \quad P(A_i \cap A_j \cap A_k) = r, \quad \forall i < j < k.$$

   Wykaż, że $p \geqslant 3/(2n)$, $q \leqslant 4/n$.

4. Na odcinku wybrano losowo dwa punkty, które dzielą go na trzy części. Jakie jest prawdodpdobieństwo, że można z nich zbudować trójkąt?

5. $(*)$ Ile jest wszystkich σ-ciał, jeśli Ω ma n elementów.