



OLIMPIADA MATEMATYCZNA JUNIORÓW

Olimpiada to środowisko rozwoju zdolnych



Olimpiada to projekt edukacyjny



Czym jest Olimpiada Matematyczna Juniorów?

Olimpiada Matematyczna Juniorów to ogólnopolskie zawody matematyczne, o wysokim standardzie merytorycznym, skierowane do uczniów szkół podstawowych. Zawody są trójstopniowe.



Organizator: Stowarzyszenie na Rzecz Edukacji Matematycznej

Realizacja: Komitet Główny OMJ oraz Komitety Okręgowe

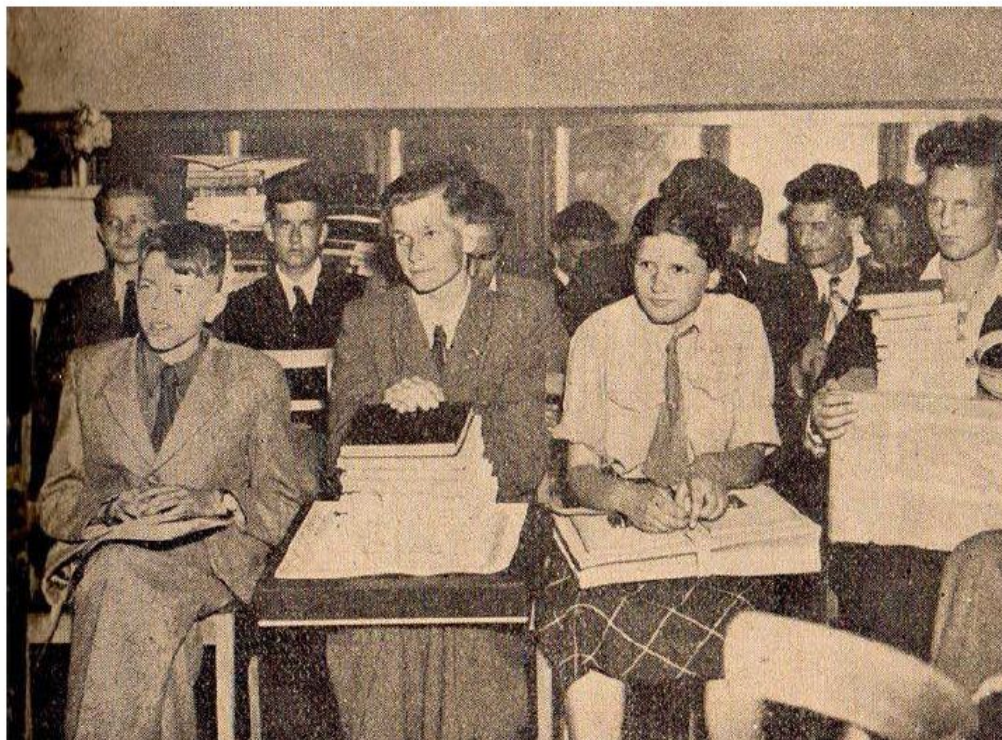
Siedziba OMJ: Warszawa, ul. Śniadeckich 8, pok. 610

Korzyści ze startowania w OMJ



- Wszystkie szkoły średnie są otwarte dla finalistów OMJ.
- Możliwość nawiązania relacji z pasjonatami matematyki.
- OMJ to inwestycja w przyszłość — niezależnie od dalszej drogi.

Olimpiady Matematyczne w Polsce i na świecie



- 1894 — pierwsze zawody matematyczne na Węgrzech
- 1949 — powołanie Olimpiady Matematycznej w Polsce
- 1959 — pierwsza Międzynarodowa Olimpiada Matematyczna
- 2005 — powołanie Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Struktura zawodów OMJ

- **Wrzesień–październik.** Etap pierwszy — szkolny:
 - część korespondencyjna,
 - część testowa.
- **Styczeń.** Etap drugi — zawody okręgowe.
- **Marzec.** Etap trzeci — finał ogólnopolski.

Dodatkowe wydarzenia:

- seminaria dla nauczycieli,
- obozy naukowe dla uczestników,
- zawody międzynarodowe dla najlepszych.

Plakat OMJ – podstawowe informacje o Olimpiadzie



Terminarz XII Olimpiady Matematycznej Juniorów 2016/2017

- zawody stopnia pierwszego od 1 września 2016 r. do 17 października 2016 r.
- test pisemny w szkołach 29 września 2016 r. godz. 9:00
- zawody stopnia drugiego 14 stycznia 2017 r.
- zawody stopnia trzeciego 25-26 marca 2017 r.

XII Olimpiada Matematyczna Juniorów 2016/2017

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

- Część korespondencyjna**
Zadania tej części zamieszczane są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesyłać listami poleconymi do właściwego Komitetu Organizacyjnego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **17 października 2016 r.** (dokładnie dwa tygodnie pocztowego).
- Część testowa**
W dniu **29 września 2016 r. o godz. 9:00** zostanie przeprowadzony test pisemny w gimnazjach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach korespondencyjnej i testowej. Wszystkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań! Każdy uczeń, który wzięło udział w teście lub przedło rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia – część korespondencyjna

- Długość boków trójkąta $A_1B_1C_1$ spełniają równość: $(a_1 + b_1)^2 + (b_1 + c_1)^2 + (c_1 + a_1)^2 = 2$.
Wyznacz $a_1 + b_1 + c_1$.
- Dane jest trójkąt równoboczny ABC w którym $\angle A_1CA = 12^\circ$.
Należy obliczyć $\sin \angle A_1CB$ (wynik bezwzględnie należy wyrazić w postaci $\frac{a}{b}$, gdzie a i b to liczby całkowite względnie pierwsze).
Zobacz rysunek 1.
- W kwadracie białym 11×11 należy wpisać jedną z liczb $-1, 0, 1$ w każde pole, aby suma kwadratów w każdym wierszu była równa sumie kwadratów w każdym słupku. Ile jest takich kwadratów?
Zobacz rysunek 2.
- Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg, przy czym $\angle ABC = 60^\circ$ oraz $BC = CD$. Oblicz $\angle A$.
Zobacz rysunek 3.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 4.
- Trójkąt równoboczny ABC jest wpisany w okrąg. Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 5.

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMJ

Zostanie finalistą OMJ, nie oznacza automatycznie zwycięstwa z innymi uczestnikami Olimpiady Matematycznej Juniorów. Sukces w OMJ to przede wszystkim wypracowanie własnych sposobów na rozwiązywanie trudnych zadań i nawiązanie kontaktów z innymi uczestnikami Olimpiady.

Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu konkursowego i nawiązania kontaktów z innymi uczestnikami Olimpiady Matematycznej Juniorów.



Terminarz XIII Olimpiady Matematycznej Juniorów 2017/2018

zawody stopnia pierwszego od 1 września 2017 r. do 16 października 2017 r.

część testowa w szkołach 28 września 2017 r. godz. 9:00

zawody stopnia drugiego 13 stycznia 2018 r.

zawody stopnia trzeciego 27-28 marca 2018 r.

XIII Olimpiada Matematyczna Juniorów 2017/2018

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

- Część korespondencyjna**
Zadania tej części zamieszczane są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesyłać listami poleconymi do właściwego Komitetu Organizacyjnego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **16 października 2017 r.** (dokładnie dwa tygodnie pocztowego).
- Część testowa**
W dniu **28 września 2017 r. o godz. 9:00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach korespondencyjnej i testowej. Wszystkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań! Każdy uczeń, który wzięło udział w teście lub przedło rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia – część korespondencyjna

- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 1.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 2.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 3.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 4.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 5.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 6.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia – część korespondencyjna

- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 1.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 2.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 3.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 4.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 5.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 6.



Terminarz XIV Olimpiady Matematycznej Juniorów 2018/2019

zawody stopnia pierwszego od 1 września 2018 r. do 16 października 2018 r.

część testowa w szkołach 28 września 2018 r. godz. 9:00

zawody stopnia drugiego 13 stycznia 2019 r.

zawody stopnia trzeciego 27-28 marca 2019 r.

XIV Olimpiada Matematyczna Juniorów 2018/2019

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

- Część korespondencyjna**
Zadania tej części zamieszczane są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesyłać listami poleconymi do właściwego Komitetu Organizacyjnego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **16 października 2018 r.** (dokładnie dwa tygodnie pocztowego).
- Część testowa**
W dniu **28 września 2018 r. o godz. 9:00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach korespondencyjnej i testowej. Wszystkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań! Każdy uczeń, który wzięło udział w teście lub przedło rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia – część korespondencyjna

- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 1.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 2.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 3.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 4.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 5.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 6.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia – część korespondencyjna

- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 1.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 2.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 3.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 4.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 5.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 6.



Terminarz XV Olimpiady Matematycznej Juniorów 2019/2020

zawody stopnia pierwszego od 1 września 2019 r. do 16 października 2019 r.

część testowa w szkołach 27 września 2019 r. godz. 9:00

zawody stopnia drugiego 11 stycznia 2020 r.

zawody stopnia trzeciego 21-22 marca 2020 r.

XV Olimpiada Matematyczna Juniorów 2019/2020

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

- Część korespondencyjna**
Zadania tej części zamieszczane są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesyłać listami poleconymi do właściwego Komitetu Organizacyjnego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **16 października 2019 r.** (dokładnie dwa tygodnie pocztowego).
- Część testowa**
W dniu **27 września 2019 r. o godz. 9:00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach korespondencyjnej i testowej. Wszystkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań! Każdy uczeń, który wzięło udział w teście lub przedło rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia – część korespondencyjna

- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 1.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 2.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 3.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 4.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 5.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 6.

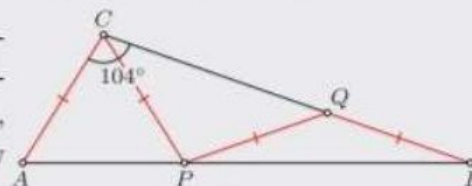
Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia – część korespondencyjna

- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 1.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 2.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 3.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 4.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 5.
- Trójkąt równoboczny ABC ma bok długości 1 . Wyznacz długość boku AD , gdzie D jest punktem przecięcia boku AB z okręgiem opisanym na trójkącie ABC .
Zobacz rysunek 6.

Część korespondencyjna zawodów I stopnia

1. Do pewnej dodatniej liczby całkowitej n dopisano na końcu pewną cyfrę, uzyskując w ten sposób liczbę 13 razy większą od liczby n . Wyznacz wszystkie liczby n o tej własności.

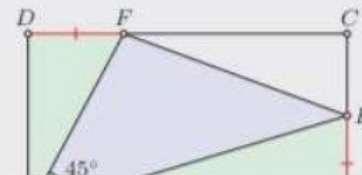
2. Na bokach AB i BC trójkąta ABC leżą odpowiednio takie punkty P i Q (różne od wierzchołków trójkąta), że $AC = CP = PQ = QB$. Wiedząc, że $\sphericalangle ACB = 104^\circ$, wyznacz miary pozostałych kątów trójkąta ABC .



3. Wyznacz wszystkie trójki (x, y, z) liczb rzeczywistych różnych od 0, dla których

$$xy(x+y) = yz(y+z) = zx(z+x).$$

4. Dany jest prostokąt $ABCD$. Punkty E i F leżą odpo-



- 1 września ogłaszany jest zestaw zadań otwartych.
- Uczestnicy samodzielnie rozwiązują zadania w domu.
- Rozwiązania przesyłane są do Komitetów Okręgowych.

Komitety Okręgowe OMJ



Część testowa zawodów I stopnia

- b) $\sqrt{a} > a$;
- c) $\frac{1}{a} > a$.

2. Istnieje taki pięciokąt, w którym

- a) dokładnie jeden kąt wewnętrzny ma miarę większą od 180° ;
- b) dokładnie dwa kąty wewnętrzne mają miary większe od 180° ;
- c) dokładnie trzy kąty wewnętrzne mają miary większe od 180° .

MINISTERSTWO
EDUKACJI
NARODOWEJ



Stowarzyszenie
na rzecz Edukacji
Matematycznej



Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku

1

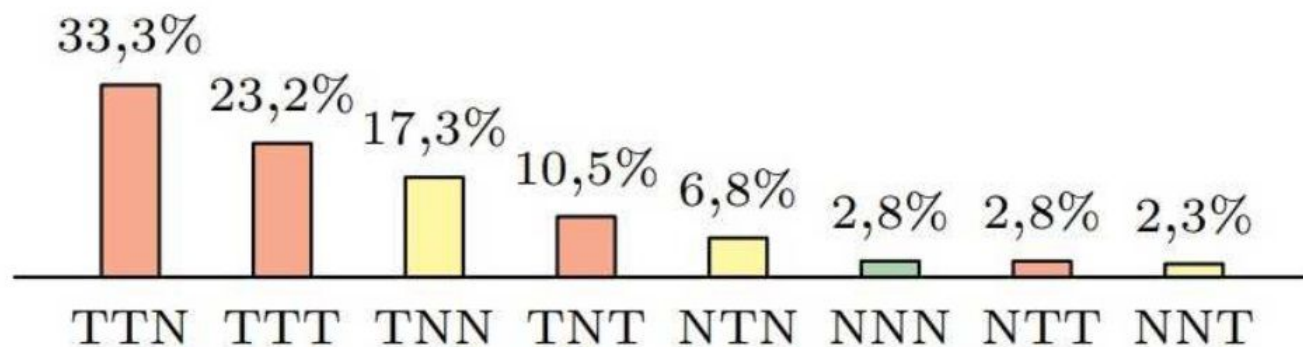
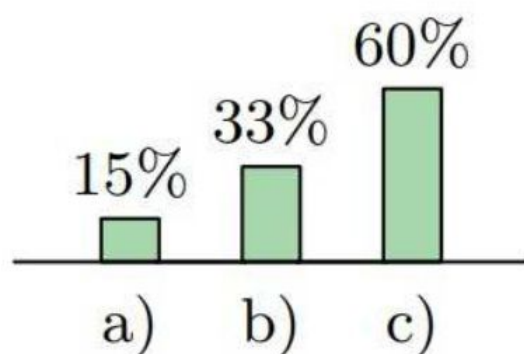
- **Test** złożony jest z 15 pytań wielokrotnego wyboru.
- **Test** odbywa się o tej samej porze w całej Polsce.
- **Test** trwa tylko 75 minut, a daje bardzo cenne informacje.
- **Test** zorganizować może każda zarejestrowana szkoła.

Część testowa XV OMJ, zadanie 8

Objętość pewnego prostopadłościanu jest równa 8.

Wynika z tego, że:

- (a) długość co najmniej jednej z *jego* krawędzi jest liczbą parzystą,
- (b) pole powierzchni tego prostopadłościanu jest mniejsze od 35,
- (c) prostopadłościan ten jest sześcianem.

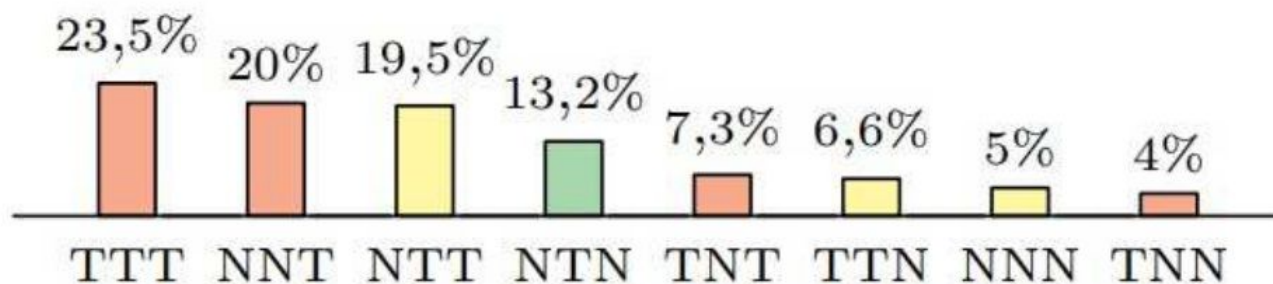
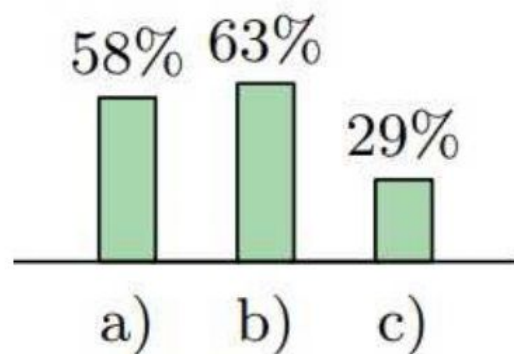


Liczba uczestników części testowej: 7155. Liczba szkół podstawowych: 801.

Część testowa XIV OMJ, zadanie 13

Suma cyfr dodatniej liczby całkowitej n jest równa liczbie cyfr liczby n .
Wynika z tego, że:

- (a) każda cyfra liczby n jest równa 1,
- (b) iloczyn cyfr liczby n jest mniejszy od 2,
- (c) suma cyfr liczby $n + 1$ jest większa od sumy cyfr liczby n .



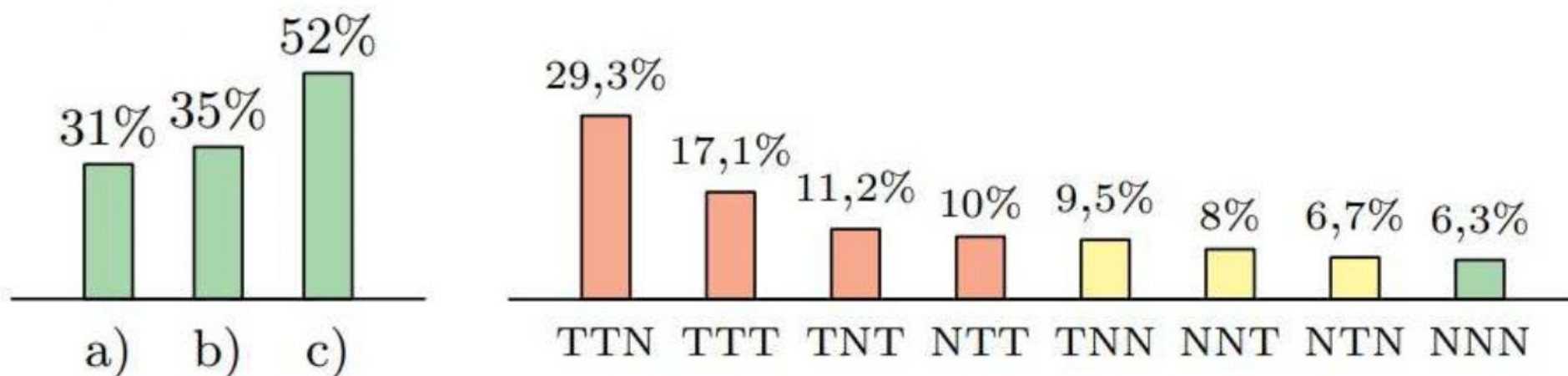
Liczba uczestników części testowej: 11419. Liczba szkół podstawowych i gimnazjów: 1419.

Przykładowe zadanie testowe

Część testowa XI OMG, zadanie 12

Liczba $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$ jest

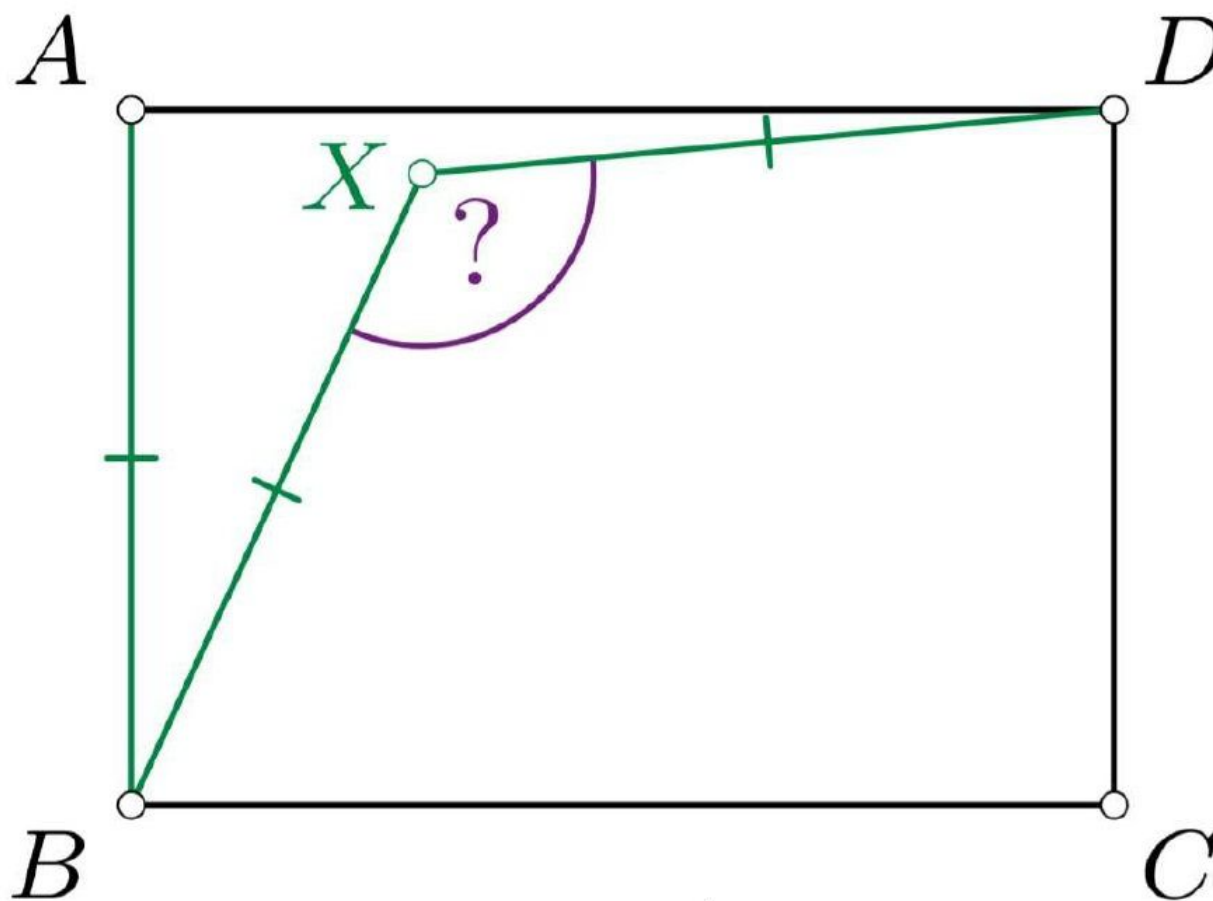
- (a) niewymierna,
- (b) mniejsza od 2,
- (c) równa $\sqrt[n]{2}$ dla pewnej liczby całkowitej $n > 1$.



Liczba uczestników części testowej: 13196. Liczba gimnazjów: 1200.

Przykładowe zadanie otwarte

I etap XVII OMJ, zad. 2. W prostokącie $ABCD$ stosunek długości boków $BC : AB$ jest równy $\sqrt{2}$. Wewnątrz tego prostokąta zaznaczono taki punkt X , że $AB = BX = XD$. Wyznacz miarę kąta BXD .



Przykładowe zadanie

Czy można znaleźć sześć kolejnych cyfr takich, które ustawione w odpowiedniej kolejności tworzyłyby liczbę pierwszą?

To pytanie może sprawić trudność, ale w wersji testowej (z zawodów X OMG) znajduje się nakierowanie na prawidłowy tok rozumowania.

Część testowa X OMG (2014), zadanie 4

Cyfry 1, 2, 3, 4, 5, 6 można ustawić w takiej kolejności, aby otrzymać liczbę sześciocyfrową, która jest:

- (a) podzielna przez 5,
- (b) podzielna przez 9,
- (c) liczbą pierwszą.

XIII OMJ (2017), etap korespondencyjny

Liczby pierwsze a, b, c są większe od 3. Udowodnij, że liczba

$$(a - b)(b - c)(c - a)$$

jest podzielna przez 48.

To zadanie można rozbić na łatwiejsze pytania, układające się w jedną z możliwych dróg do uzyskania całego rozwiązania.

XIII OMJ (2017) — wersja testowa

Dane są liczby pierwsze a, b, c . Wynika stąd, że liczba

$$(a - b)(b - c)(c - a)$$

jest podzielna:

- (a) przez 8,
- (b) przez 9,
- (c) przez 16.

Punktacja rozwiązania w skali 0, 2, 5 lub 6 punktów.
Ocenie podlega **przedstawiony tok rozumowania**.

- Nie wystarczy udzielenie odpowiedzi, bez odpowiedniej argumentacji.
- Nie wystarczy przedstawienie przykładów lub wypisanie nawet poprawnych wzorów.
- Nie wystarczy formułowanie poprawnych stwierdzeń, trzeba poprawnie uzasadniać kolejne kroki rozumowania.



Wynik I etapu to suma punktów uzyskanych w:

- części korespondencyjnej — maksymalnie 42 punkty,
- części testowej — maksymalnie 15 punktów.

UWAGA: Nie trzeba nadsyłać wszystkich rozwiązań!



Olimpiada Matematyczna Juniorów



Strefa logowania

panel szkolnego koordynatora OMJ

panel ucznia

Aktualności

O Olimpiadzie

Zadania Olimpiady

Częste pytania

Polecana literatura

Komitety Olimpiady

Dla nauczyciela

Gazetka Olimpiady

Obóz Naukowy

CPS Juniorów

Poprzednie edycje

Dokumenty

Kontakt

Organizator OMJ

Aktualności

Rozwiązania zadań części korespondencyjnej XV OMJ (2019/2020)

dodano dnia 02.12.2019

Zachęcamy do lektury [rozwiązań](#) zadań części korespondencyjnej zawodów I stopnia XV OMJ. [Listy osób zakwalifikowanych do zawodów drugiego stopnia XV OMJ \(2019/2020\)](#) zostaną ogłoszone na naszej stronie [mniej więcej](#) w połowie grudnia br.

Lubię to! 1

Warsztaty dla nauczycieli matematyki w Okuniewie koło Warszawy

dodano dnia 15.11.2019

Serdecznie zapraszamy nauczycieli matematyki szkół podstawowych do Okuniewa (koło Warszawy) w dniu 7 grudnia 2019 r. (sobota) na bezpłatne warsztaty matematyczne. Zajęcia poprowadzi Waldemar Pompe, przewodniczący Komisji Zadaniowej OMJ. Szczegóły w zakładce „Dla nauczyciela”.

Lubię to! 0

Internetowe Kółko Matematyczne OMJ na Facebooku

dodano dnia 16.10.2019

Jagoda Bracha, Paweł Gadziński, Stanisław Hauke, Michał Szwej, Iwo Pilecki-Silva, Tomasz Ślusarczyk i Radosław Żak to laureaci poprzednich edycji OMJ, którzy wyszli z inicjatywą pomocy w przygotowaniu uczestników Olimpiady do tegorocznych zawodów. Na naszym fanpage'u na Facebooku pojawiła się już zapowiedź tegorocznej edycji prowadzonego przez nich [Internetowego Kółka OMJ](#). Zachęcamy do aktywnego udziału!

Lubię to! 11

Terminarz XV OMJ (2019/2020)

Zawody I stopnia:

1 września - 14 października 2019 r.

część testowa (w szkołach):

26 września 2019 r., godz. 9:00.

Zawody II stopnia: 11 stycznia 2020

Zawody III stopnia: 21-22 marca 2020

OMJ w Khan Academy

KWADRAT 20 / zadanie 3 (wzrost, nowa wersja 10.10.2019)

Dane są dwie dodatnie liczby całkowite a i b , że liczby $a^2 - 2a + 1$ oraz $b^2 - 2b + 1$ są kwadratami liczb naturalnych. Wpisz, ile $a = b$.

Zakładając: $a = b$
 $a^2 - 2a + 1 < a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2 \Rightarrow$
 $a^2 - 2a + 1$ nie może być kwadratem liczby całkowitej.
 \Rightarrow nie ma takiej liczby całkowitej $a = b$.

Zakładając: $a < b$
 $b^2 - 2b + 1 < b^2 - 2b + 1 = (b - 1)^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow b^2 - 2a + 1$ nie może być kwadratem liczby całkowitej.
 $\Rightarrow a = b$

Gazetka OMJ w Khan Academy

XII Olimpiada Matematyczna Juniorów
ZADANIE 1. Złoty okrąg (6 stycznia 2018 r.)
Czy istnieje dodatnie liczby rzeczywiste a, b, c, x oraz $a^2 + b^2 + c^2 = x^2$ oraz $(a+b)^2 + (b+c)^2 = (c+a)^2$? Odpowiedź uzasadnij.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = x^2 \\ (a+b)^2 + (b+c)^2 = (c+a)^2 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = x^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2bc + c^2 = c^2 + 2ca + a^2 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = x^2 \\ 2ab + 2b^2 + 2bc = 2ca \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = x^2 \\ a + b + c = 2a \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = x^2 \\ b + c = a \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = x^2 \\ a = 2(c - b) \end{cases} \Rightarrow$$

Materiały przygotowujące do OMJ

Polecana literatura



Sprawozdania KG Olimpiady



Facebookowa Liga Zadaniowa



Seminaria olimpijskie



Obozy Naukowe



Inne publikacje

Zadania konkursowe OMJ (od XII edycji)

ostatnia aktualizacja 27.09.2019

OMJ	Zawody I stopnia							Zawody II stopnia			Zawody III stopnia		
	Część testowa				Część korespond.			Zad.	Rozw.	Stat.	Zad.	Rozw.	Stat.
	Zad.	Odp.	Rozw.	Stat.	Zad.	Rozw.	Stat.						
XV 2019/20													
XIV 2018/19													
XIII 2017/18													
XII 2016/17													

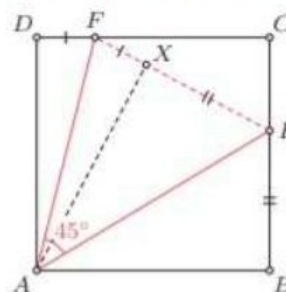
Zaginamy

Rozpatrzmy odcinki OA , OB o równej długości tworzące kąt o mierze α , wewnątrz którego znajduje się kąt XOY o mierze β . Ustalmy oznaczenia w taki sposób, by odcinki OA , OX , OY , OB były ustawione w tej właśnie kolejności wokół punktu O (rys. 1).

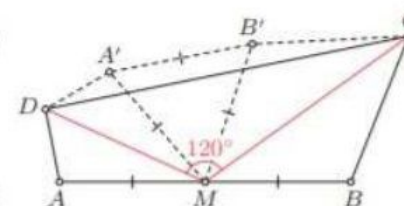
Jeśli przez A' , B' oznaczymy obrazy odpowiednio punktów A , B w symetriach względem prostych OX , OY , to wówczas $OA = OA'$ oraz $OB = OB'$ i w konsekwencji $OA' = OB'$. Ponadto, jeśli $2\beta \geq \alpha$, to

$$\begin{aligned} \sphericalangle A'OB' &= \sphericalangle XOY - (\sphericalangle XOA' + \sphericalangle YOB') = \\ &= \sphericalangle XOY - (\sphericalangle XOA + \sphericalangle YOB) = \\ &= \beta - (\alpha - \beta) = 2\beta - \alpha. \end{aligned}$$

Z rachunku tego wynika w szczególności, że jeśli $\alpha = 2\beta$, to punkty A' i B' pokrywają się (rys. 2).



rys. 3



rys. 4

Rozwiązanie

Rolę odcinków OA i OB pełnią teraz odcinki MA i MB wyznaczające kąt $\alpha = 180^\circ$. Wewnątrz tego kąta znajduje się kąt CMD o mierze $\beta = 120^\circ$.

Odbijmy zatem punkty A , B symetrycznie kolejno względem prostych DM , CM , uzyskując odpowiednio punkty A' , B' . Wówczas $MA' = MB'$ oraz

$$\sphericalangle A'MB' = 2\beta - \alpha = 240^\circ - 180^\circ = 60^\circ.$$

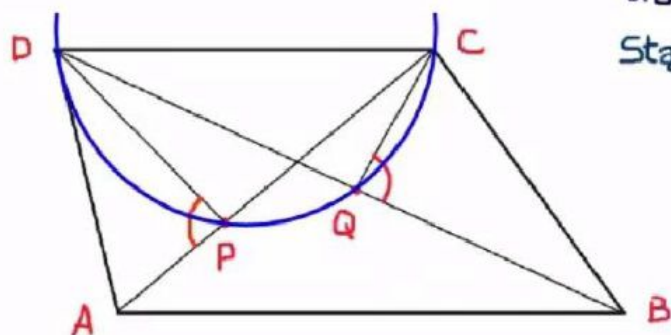
Wobec tego trójkąt $MA'B'$ jest równoboczny. W szczególności $A'B' = MA' = MA = \frac{1}{2}AB$. W związku z tym

Filmowe omówienia zadań OMJ w Khan Academy

ZADANIE 4 Zawody drugiego stopnia (13 stycznia 2018 r.)

Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD . Punkty P i Q leżą odpowiednio na przekątnych AC i BD , przy czym $\sphericalangle APD = \sphericalangle BQC$. Wykaz, że $\sphericalangle AQP = \sphericalangle BPC$.

$\sphericalangle CPD = 180^\circ - \sphericalangle APD = 180^\circ - \sphericalangle BQC = \sphericalangle CQD$
oraz punkty P i Q leżą po tej samej stronie prostej CD .
Stąd wynika, że punkty C, D, P, Q leżą na jednym okręgu.



Jeżeli punkt przecięcia przekątnych trapezu leży wewnątrz tego okręgu

1:51 / 3:55

XIII OMJ Zawody drugiego stopnia - zadanie 4

1 300 wyświetleń • 10 lut 2018

18 1 UDOŚTĘPNIJ ZAPISZ ...



KhanAcademyPoPolsku
63,6 tys. subskrypcji

SUBSKRYBUJ

Facebook OMJ

Prezentacja

Olimpiada Matematyczna Juniorów to ogólnopolskie zawody matematyczne dla uczniów szkół podstawowych.

Strona · Lokalna firma

ul. Śniadeckich 8, Warsaw, Poland

725 998 981

biuro@omj.edu.pl

omj.edu.pl

Promuj witrynę

Ocena · 4,6 (96 opinii)

Zdjęcia

Zobacz wszystkie zdjęcia



Olimpiada Matematyczna Juniorów

30 marca · 🌐

...

„Należy być dumnym z każdego jednego rozwiązane zadania” - ważne słowa Michała Wolnego, jednego ze zwycięzców XVIII OMJ, stanowiące podsumowanie długiej drogi do tegorocznego sukcesu. Tej dumy i radości życzymy na każdym etapie przygody z matematyką!

Od małego byłem bardzo ruchliwy i lubiłem spędzać czas aktywnie. Dlatego zostałem uczniem klasy pływackiej, równolegle trenując kolarstwo górskie w Warszawskim Klubie Kolarskim.

W młodszych klasach szkoły rodzice zachęcali... [Zobacz więcej](#)



