**KONKURS ZADANIOWY – grupa młodsza.**

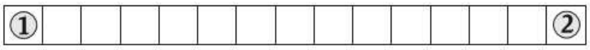
**Dzień pierwszy. Czas: 120 minut**

---

- Podpisz każdą kartkę CZYTELNIE imieniem, nazwiskiem i klasą.
- Każde rozwiązanie napisz na ODDZIELNEJ (podpisanej) kartce.
- NIE ROZWIĄZUJ zadań na kartce, którą zamierzasz oddać! Przepisz rozwiązanie na osobnej kartce.
- WYJAŚNIJ argumenty i rachunki, które używasz, nawet jeśli wydają Ci się oczywiste.

---

**Zadanie 1.** *Plansza do gry składa się z 15 ustawionych w rzędzie kwadratów. Pierwszy z graczy kładzie swój pionek na skrajnie lewym, a drugi na skrajnie prawym kwadracie.*



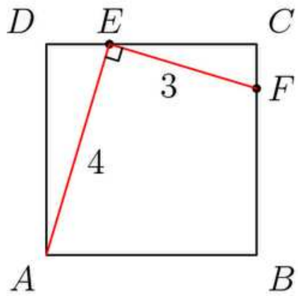

*Następnie gracze na przemian wykonują ruchy (pierwszy rozpoczyna) – ruch polega na przesunięciu pionka na sąsiedni wolny kwadrat (w prawo lub w lewo). Przegrywa gracz, który nie może wykonać ruchu. Który z graczy ma strategię wygrywającą (sposób postępowania prowadzący do zwycięstwa niezależnie od posunięć przeciwnika) i na czym ona polega?*

**Zadanie 2.** *Rozstrzygnij, czy istnieją takie liczby rzeczywiste $x, y, z$, że*

$$x + y + z = xy + yz + zx = 2.$$

**Zadanie 3.** *Wykazać, że w każdym czworościanie istnieją takie trzy krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka, z których można zbudować trójkąt.*

**Zadanie 4.** *Trójkąt $AEF$ jest prostokątny, przy czym $AE = 4$ oraz $EF = 3$. Trójkąt ten wpisany jest w kwadrat $ABCD$ tak, jak na rysunku poniżej. Jakie jest pole tego kwadratu?*



**KONKURS ZADANIOWY – grupa młodsza.**

**Dzień drugi. Czas: 120 minut**

---

- Podpisz każdą kartkę CZYTELNIE imieniem, nazwiskiem i klasą.
- Każde rozwiązanie napisz na ODDZIELNEJ (podpisanej) kartce.
- NIE ROZWIĄZUJ zadań na kartce, którą zamierzasz oddać! Przepisz rozwiązanie na osobnej kartce.
- WYJAŚNIJ argumenty i rachunki, które używasz, nawet jeśli wydają Ci się oczywiste.

---

**Zadanie 1.** *Rozważmy następującą grę. Na czerwonym talerzu jest 20 ciasteczek, a na niebieskim talerzu jest 15 ciasteczek. Asia i Bolek wykonują na przemian ruch, przy czym zaczyna Asia, który polega albo na zjedzeniu dwóch ciasteczek z pewnego talerza, albo na przełożeniu jednego ciasteczka z czerwonego talerza na niebieski (nie wolno natomiast przełożyć z niebieskiego na czerwony). Przegrywa gracz, który nie może wykonać ruchu w swojej turze. Który z graczy ma strategię wygrywającą i na czym ona polega?*

**Zadanie 2.** *Wyznaczyć największą możliwą liczbę elementów podzbioru $L$ zbioru $\{1, \ldots, 2017\}$ takiego, że różnica dowolnych dwóch elementów $L$ nie jest równa 4.*

**Zadanie 3.** *Rozwiązać w liczbach całkowitych dodatnich $a, b, c$ równanie:*

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right)=2.$$

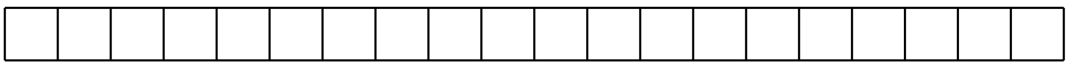
**Zadanie 4.** *W trójkącie $ABC$ punkty $X, Y$ znajdują się odpowiednio na bokach $AB$ oraz $BC$. Proste $AY$ oraz $CX$ przecinają się w punkcie $Z$ przy czym $AY = CY$ oraz $AB = CZ$. Wykaż, że na czworokącie $BXZY$ można opisać okrąg.*

# PRÓBA OLIMPIJSKA – grupa młodsza. Czas: 300 minut

- Podpisz każdą kartkę CZYTELNIE imieniem, nazwiskiem i klasą.
- Każde rozwiązanie napisz na ODDZIELNEJ (podpisanej) kartce.
- NIE ROZWIĄZUJ zadań na kartce, którą zamierzasz oddać! Przepisz rozwiązanie na osobnej kartce.
- WYJAŚNIJ argumenty i rachunki, które używasz, nawet jeśli wydają Ci się oczywiste.

---

**Zadanie 1.** *Piotr i Paweł grają w następującą grę na prostokątnej planszy rozmiarów* $20 \times 1$ *podzielonej na 20 pól rozmiarów* $1 \times 1$*, jak na rysunku poniżej.*



*Gracze wykonują na przemian ruch polegający na wpisaniu litery* $S$ *lub* $O$ *w jeden z pustych kwadratów na planszy. Zaczyna Piotr. Wygrywa ten gracz, po którego ruchu na planszy znajdują się trzy kolejne pola, tworzące napis* $\boxed{S}\boxed{O}\boxed{S}$*. Jeśli żadnemu z graczy nie uda się to w ciągu 20 ruchów, wówczas gra kończy się remisem. Pokazać, że Paweł ma w tej grze strategię wygrywającą.*

**Zadanie 2.** *Znajdź najmniejszą wartość wyrażenia* $f(n,m) = |2^m - 181^n|$*, gdzie* $m, n$ *są liczbami całkowitymi dodatnimi.*

**Zadanie 3.** *Niech* $O$ *będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie* $ABC$*, przy czym* $AB > AC$*. Niech* $M$ *będzie środkiem* $BC$*,* $D$ *– spodkiem wysokości trójkąta* $ABC$ *z wierzchołka* $A$ *na bok* $BC$*, zaś* $E$ *– punktem na prostej* $AO$ *takim, że* $BE \perp AO$*. Wykaż, że* $MD = ME$*.*