

XV Warsztaty Matematyczne I LO im. St. Dubois w Koszalinie
Grupa starsza, mecz matematyczny. Dzień drugi

1. Sfera wpisana w czworościan $ABCD$ jest styczna do ścian ABC i ABD odpowiednio w punktach K i L . Pokaż, że jeśli punkty K i L są środkami okręgów wpisanych w trójkąty ABC i ABD , to $\angle ACB = \angle ADB$.
2. Sfera wpisana w czworościan $ABCD$ jest styczna do ścian ABC i ABD w punktach K i L . Wykaż, że jeśli K i L są środkami ciężkości trójkątów ABC i ABD , to trójkąty te są przystające.
3. Udowodnij, że w każdym czworościanie suma pól trzech dowolnych ścian jest większa od pola czwartej ściany.
4. Sfera wpisana w czworościan $ABCD$ jest styczna do ściany ABC w środku okręgu wpisanego. Wykaż, że $\angle BAD = \angle CAD$.
5. Dany jest czworościan $ABCS$. Rozcinając jego powierzchnię wzdłuż krawędzi bocznych i kładąc jego ściany boczne na płaszczyźnie ABC tak, by ich wnętrza były rozłączne z podstawą otrzymujemy punkty D, E, F leżące odpowiednio naprzeciwko A, B, C . Udowodnić, że środek okręgu opisanego na trójkącie DEF pokrywa się z punktem styczności sfery dopisanej do czworościanu $ABCS$.

Zasady meczu:

- Każdy zespół rozwiązuje zadania tego samego zestawu, który w danym dniu jest opublikowany na Zoomie ok. godziny 10:30. Uczestnicy przebywają w tym czasie w pokojach wydzielonych ze spotkania wykładowego (tzw. breaking room).
- Około godziny 12:00 każdy zespół może zwrócić się do prowadzącego zajęcia w danym dniu o wskazówki do rozwiązania trzech wybranych zadań z opublikowanego zestawu.
- O godzinie 14:00 rozpoczyna się omówienie zadań w formie meczu matematycznego między wyznaczonymi zespołami. Pierwszy zespół i pierwsze zadanie wyznacza prowadzący — może to być jakaś forma losowania.
- Kolejny zespół i numer zadania do omówienia wyznacza zespół, który omawiał zadanie jako ostatni (w przypadku dwóch zespołów kolejne zadania zespoły omawiają naprzemiennie), przy czym wskazywać można jedynie zespoły z minimalną liczbą podejść do rozwiązania. Do rozwiązywania zadań można delegować jedynie osoby z minimalną liczbą prezentacji rozwiązań.
- Rozwiązania zadań oceniane są przez prowadzącego w skali olimpijskiej (0-2-5-6 pkt.).
- Na zakończenie meczu każdy uczestnik zespołu otrzymuje tyle punktów danego dnia, ile uzyskał jego zespół w trakcie omawiania zadań.
- Zadania, które podczas omówienia nie zostały rozwiązane poprawnie, omawia prowadzący zajęcia. Do omówienia zadania może zgłosić się zespół wywołujący to zadanie i jest oceniany w skali olimpijskiej. Skutkuje to możliwością uzyskania dodatkowych punktów przez ten zespół. Jeśli jednak rozwiązanie przedstawione jest błędne, to wtedy zespołowi odejmuje 6 punktów od liczby zdobytych przez nich punktów wcześniej.