XV Warsztaty Matematyczne I LO im. St. Dubois w Koszalinie
Grupa starsza, mecz matematyczny. Dzień pierwszy

1. Punkty P i Q leżą odpowiednio na bokach AB i AD kwadratu $ABCD$, przy czym $AP = DQ$. Wykaż, że $\angle PBQ + \angle PCQ + \angle PDQ = 90^o$.
2. Punkt O jest środkiem kwadratu $ABCD$. Punkt E leży na odcinku CD. Punkty P i Q są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów B i D na prostą AE. Dowiedź, że trójkąt OPQ jest prostokątny i równoramienny.
3. W kwadracie $ABCD$ punkt M leży na półprostej AB na zewnątrz odcinka AB, zaś punkt N leży na półprostej BC na zewnątrz odcinka BC. Udowodnij, że jeśli $AM = MN + NC$, to $\angle MDN = 45^o$.
4. W trójkącie ostrokątnym ABC, w którym $\angle ABC = 45^o$, wysokości poprowadzone z wierzchołków A i C przecinają się w punkcie H. Uzasadnij, że $BH = AC$.
5. Obrót o środku O przekształca prostą ℓ_1 w prostą ℓ_2 w taki sposób, że dany punkt A na prostej ℓ_1 przechodzi na punkt B należący do prostej ℓ_2. Wykaż, że punkt przecięcia się prostych ℓ_1 i ℓ_2 należy do okręgu opisanego na trójkącie AOB.
6. Rozważmy pięciokąt wypukły $ABCDE$, w którym $CD = DE$, $BC + EA = AB$ oraz $\angle BCD = \angle AED = 90^o$. Uzasadnij, że $\angle ADB = \frac{1}{2}\angle EDC$.
7. Punkt P leży wewnątrz trójkąta ABC w taki sposób, że trójkąt APC jest równoboczny. Niech $\angle ABP = \alpha$ i $\angle CBP = \beta$. Pokaż, że z odcinków o długościach AB, PB i CB można zbudować trójkąt i miary kątów tego trójkąta są równe $\alpha + 60^0, \beta + 60^0, 60^o - \alpha - \beta$.
8. W czworokącie $ABCD$ zbudowano na jego bokach, po zewnętrznej stronie danego czworokąta, kwadraty $ABEF$, $BCGH$, $CDIJ$ i $DAKL$ o środkach, odpowiednio, O_1, O_2, O_3 i O_4. Pokaż, że $O_1O_3 \perp O_2O_4$ oraz $|O_1O_3| = |O_2O_4|$ (to znaczy: pokaż, że odcinki o środkach w naprzeciwległych kwadratach są prostopadłe oraz mają równe długości).

Zasady meczu:

- Każdy zespół rozwiązuje zadania tego samego zestawu, który w danym dniu jest opublikowany na Zoomie ok. godziny 10:30. Uczestnicy przebywają w tym czasie w pokojach wydzielonych ze spotkania wykładowego (tzw. breaking room).
- Około godziny 12:00 każdy zespół może zwrócić się do prowadzącego zajęcia w danym dniu o wskazówki do rozwiązania trzech wybranych zadań z opublikowanego zestawu.
- O godzinie 14:00 rozpoczyna się omówienie zadań w formie meczu matematycznego między wyznaczonymi zespołami. Pierwszy zespół i pierwsze zadanie wyznacza prowadzący — może to być jakaś forma losowania.
- Kolejny zespół i numer zadania do omówienia wyznacza zespół, który omawiał zadanie jako ostatni (w przypadku dwóch zespołów kolejne zadania zespoły omawiają naprzemiennie), przy czym wskazywać można jedynie zespoły z minimalną liczbą podejść do rozwiązania. Do rozwiązywania zadań można delegować jedynie osoby z minimalną liczbą prezentacji rozwiązań.
- Rozwiązania zadań oceniane są przez prowadzącego w skali olimpijskiej (0-2-5-6 pkt.).
- Na zakończenie meczu każdy uczestnik zespołu otrzymuje tyle punktów danego dnia, ile uzyskał jego zespół w trakcie omawiania zadań.
- Zadania, które podczas omówienia nie zostały rozwiązane poprawnie, omawia prowadzący zajęcia. Do omówienia zadania może zgłosić się zespół wywołujący to zadanie i jest oceniany w skali olimpijskiej. Skutkuje to możliwością uzyskania dodatkowych punktów przez ten zespół. Jeśli jednak rozwiązanie przedstawione jest błędne, to wtedy zespołowi odejmuje 6 punktów od liczby zdobytych przez nich punktów wcześniej.