

KONKURS ZADANIOWY – grupa starsza. Dzień pierwszy.

Każde zadanie należy umieścić na OSOBNEJ, PODPISANEJ kartce.

1. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $\angle DAB = \angle ABC$. Symetralne odcinków AD i BC przecinają się w punkcie M , który leży na odcinku AB . Pokaż, że $AC = BD$.
2. Niech liczby całkowite a, b będą takie, że liczba a^2 jest podzielna przez liczbę $a + b$. Uzasadnij, że wówczas b^2 także jest podzielna przez liczbę $a + b$.
3. Na tablicy narysowany jest 2020-kąt foremny. Paweł i Gaweł dorysowują na zmianę jedną przekątną, nie mającą wspólnych punktów wewnętrznych ani wspólnych końców z wcześniej narysowanymi przekątnymi. Przegrywa ten z graczy, który nie może wykonać ruchu. Grę rozpoczyna Paweł. Który z graczy ma strategię wygrywającą, to znaczy który z graczy może grać tak, aby wygrać niezależnie od ruchów przeciwnika?