

KONKURS ZADANIOWY – grupa młodszą. Dzień drugi.

Każde zadanie należy umieścić na OSOBNEJ, PODPISANEJ kartce.

1. W turnieju tenisowym uczestniczyło n graczy. Każdy rozegrał z każdym innym jeden mecz; nie było remisów. Udowodnić, że istnieje taki gracz A , który każdego innego gracza B pokonał bezpośrednio lub pośrednio, tzn. gracz A wygrał z B lub gracz A pokonał pewnego zawodnika C , który wygrał graczem B .
2. Wyznaczyć wszystkie liczby naturalne n , dla których $n^2 - 1$ jest liczbą pierwszą.
3. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AB = 3 \cdot BC$. Punkty P i Q leżące tej kolejności na odcinku AB i różne od jego końców dzielą go na 3 równe części. Niech M będzie środkiem odcinka AC . Pokaż, że $\angle PMQ = 90^\circ$.