

## GAL\* - KOŁOKWIUM I (14 IV)

1. Obliczyć  $A^{66}$ , gdzie

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 6 & 8 \\ 2 & -4 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Niech  $\mathcal{C}$  będzie kategorią o dwóch obiektach:  $a, b$  oraz  $\mathcal{C}(a, b) = \{f, g\}$ . Znaleźć granicę prostą

3. Znaleźć postać i bazę Jordana macierzy

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Dana jest przestrzeń wektorowa  $V$  nad ciałem  $K$  o wymiarze skończonym  $n$  oraz dwa endomorfizmy  $f, g : V \rightarrow V$ . Wiemy, że wielomiany minimalne  $f$  i  $g$  są równe, nierozkładalne na iloczyn wielomianów dodatnich stopni i mają stopień  $n$ . Udowodnić, że istnieje automorfizm  $h : V \rightarrow V$  taki, że  $fh = hg$ .

5. Opisać wszystkie podprzestrzenie własne macierzy  $C = (c_{i,j}) \in M_{n \times n}$  o wyrazach

$$c_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } i + j = n + 1, \\ 1 & \text{jeśli } i + j \neq n + 1. \end{cases}$$