

# Zestaw zadań domowych 6

Data zwrotu: 18 grudnia 2020, 12:15 (Moodle:

<https://moodle.mimuw.edu.pl/course/view.php?id=783>).

**Uwaga:** Proszę, aby każde rozwiązanie zamieszczone było na **osobnej kartce** (kartkach). Każda kartka powinna być **podpisana** imieniem, nazwiskiem, numerem grupy. Rozwiązania należy zeskanować (wystarczy zdjęcie przy pomocy aplikacji typu CamScanner) i przekonwertować do formatu pdf.

---

**Zadanie 1.** Niech  $V_1$  i  $V_2$  będą następującymi podprzestrzeniami przestrzeni  $\mathbb{R}^4$ :

- $V_1 = \text{lin}((1, 1, 1, 2), (2, -1, 1, 1), (0, 3, 1, 3))$ ,
- $V_2 = \text{lin}((3, 5, 3, 4), (2, 1, 1, -1))$ .

Znaleźć bazy i wymiary przestrzeni  $V_1 + V_2$  oraz  $V_1 \cap V_2$ .

**Zadanie 2.** Dla jakich wartości parametru  $a \in \mathbb{R}$  przekształcenie  $\phi : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  zadane wzorem:

$$\phi((x_1, x_2, x_3, x_4)) = (5x_1 - x_2 + ax_3 + 5x_4, 2x_1 - 3x_2 - 6x_3 + ax_4, 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4, x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 3x_4)$$

jest izomorfizmem?

**Zadanie 3.** Przekształcenie  $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  zadane jest w bazach standardowych przy pomocy macierzy:

$$M(\phi)_{st}^{st} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Znajdź macierz  $M(\phi)_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$ , gdzie  $\mathcal{A} : \{(3, 5), (1, 2)\}$ ,  $\mathcal{B} : \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ .

**Zadanie 4.** Niech  $V$  i  $W$  będą przestrzeniami liniowymi nad ciałem  $K$  i niech  $f, g : V \rightarrow W$  będą przekształceniami liniowymi spełniającymi warunek: dla każdego wektora  $v \in V$  istnieje skalar  $c_v \in K$  taki, że  $g(v) = c_v f(v)$ . Pokazać, że istnieje  $c \in K$ , dla którego  $g = cf$ .