

Zestaw zadań domowych 5

Data zwrotu: 1 grudnia 2020, 12:15 (Moodle:

<https://moodle.mimuw.edu.pl/course/view.php?id=783>).

Uwaga: Proszę, aby każde rozwiązanie zamieszczone było na **osobnej kartce** (kartkach). Każda kartka powinna być **podpisana** imieniem, nazwiskiem, numerem grupy. Rozwiązania należy zeskanować (wystarczy zdjęcie przy pomocy aplikacji typu CamScanner) i przekonwertować do formatu pdf.

Zadanie 1. Niech W będzie przestrzenią rozwiązań jednorodnego układu równań:

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 7x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}.$$

(a) Znaleźć bazę i wymiar W .

(b) Znaleźć wszystkie wartości parametru r , dla których układ $\beta_1 = (-1, 0, 0, 1), \beta_2 = (-3, 0, 0, r)$ można dopełnić do bazy przestrzeni \mathbb{R}^4 przy pomocy pewnej bazy przestrzeni W .

Zadanie 2. Dla liczby rzeczywistej u niech $W_u = ((7, 9, 6, 8), (11, u, 12, u + 1), (2, 1, 3, 2), (3, -4, 9, 2))$ będzie podprzestrzenią w \mathbb{R}^4 . Dla jakich $u \in \mathbb{R}$ można opisać W jednym równaniem liniowym?

Zadanie 3. Dana jest macierz $A = [a_{ij}] \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ o wyrazach $a_{ij} = (n - 1)i + j$, dla $1 \leq i, j \leq n$. Wyznaczyć, w zależności od n , rząd macierzy A .

Zadanie 4. Powiemy, że macierz $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ jest antysymetryczna, jeśli $A = -A^T$. Wykazać, że jeśli A jest taką macierzą, to:

(a) dla dowolnego n rząd macierzy A jest różny od 1,

(b) dla $n = 3$ rząd niezerowej macierzy A równy jest 2.