Zestaw zadań domowych 3

Data zwrotu: 17 listopada 2020, 12:15 (Moodle: https://moodle.mimuw.edu.pl/course/view.php?id=783).

Uwaga: Proszę, aby każde rozwiązanie zamieszczone było na **osobnej kartce** (kartkach). Każda kartka powinna być **podpisana** imieniem, nazwiskiem, numerem grupy. Rozwiązania należy zeskanować (wystarczy zdjęcie przy pomocy aplikacji typu CamScanner) i przekonwertować do formatu pdf.

Zadanie 1. *Niech* $D = \{z \in \mathbb{C} \mid Re(z) < 0, Im(z) > 0, |z| < 2\}$ *i niech funkcja* $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ *będzie zadana wzorem* $f(z) = (1+i)z^2 + 1$.

(a) *Naszkicuj zbiory* D *oraz* $f(D)$.

(b) *Dla* $k \in \mathbb{N}$ *niech* $z_k = \frac{(1+i\sqrt{3})^k}{300}$. *Dla jakich* $k \in \mathbb{N}$ *zachodzi* $z_k \in D$?

Zadanie 2. *Narysuj na płaszczyźnie zespolonej zbiór wszystkich takich* $z \in \mathbb{C}$, *które spełniają równanie:*

(a) $arg\left(\frac{i}{z}\right) = \frac{3\pi}{4}$,

(b) $\frac{1}{2|z|} = \frac{1}{z+\bar{z}+4}$.

Zadanie 3. *Dla jakich wartości parametru* $a \in \mathbb{R}$ *wektor* $(1,1,5,3,a)$ *jest w przestrzeni* $\mathbb{R}^5$ *kombinacją liniową wektorów* $(2,-1,3,4,0), (1,1,2,2,-1), (3,-1,0,3,2)$?

Zadanie 4. *Niech* $V = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$. *Określono operacje* $\oplus$ *dodawania elementów w* V *oraz operację* $\odot$ *mnożenia elementów z* V *przez skalary z ciała* $\mathbb{R}$ *wzorami:*

$$x \oplus y = xy, \quad r \odot x = x^r,$$

gdzie $x, y \in V, r \in \mathbb{R}$, *przy czym działania występujące po prawych stronach powyższych równości są zwykłym mnożeniem i potęgowaniem liczb rzeczywistych. Wykazać, że* V *jest przestrzenią liniową nad* $\mathbb{R}$.