

## Zestaw zadań domowych 2

Data zwrotu: 10 listopada 2020, 12:15 (Moodle):

<https://moodle.mimuw.edu.pl/course/view.php?id=783>.

**Uwaga:** Proszę, aby każde rozwiązanie zamieszczone było na **osobnej kartce** (kartkach). Każda kartka powinna być **podpisana** imieniem, nazwiskiem, numerem grupy. Rozwiązania należy zeskanować (wystarczy zdjęcie przy pomocy aplikacji typu CamScanner) i przekonwertować do formatu pdf.

---

**Zadanie 1.** (2p.) Rozwiązać następujące układy równań...

- o współczynnikach w ciele  $\mathbb{Z}_5$ :

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$

- o współczynnikach w ciele czteroelementowym  $\{0, 1, a, b\}$ :

$$\begin{cases} x_1 + ax_2 + bx_3 + ax_4 = 0 \\ ax_1 + bx_2 + bx_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 0. \end{cases}$$

**Zadanie 2.** (2p.) Rozwiązać w liczbach zespolonych równanie  $(\sqrt{3} - i)z^6 + 16 = 0$ .

**Zadanie 3.** (2p.) Pewne parami różne liczby zespolone  $z_1, z_2, z_3$  spełniają równość:

$$\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}.$$

Pokazać, że na płaszczyźnie zespolonej liczby  $z_1, z_2, z_3$  reprezentowane są przez wierzchołki pewnego trójkąta równobocznego.

**Zadanie 4.** (2p.) Niech  $z = \cos(2^\circ) + i \cdot \sin(2^\circ)$ . Pokazać, że:

$$\underbrace{z + z^2 + z^3 + \dots + z^{44}}_{\sum_{k=1}^{44} z^k} + \underbrace{z^{46} + z^{47} + \dots + z^{89}}_{\sum_{k=1}^{44} z^{k+45}} + i = -\frac{z+1}{z-1}.$$

Wynioskować stąd, że:

$$\frac{\sum_{k=1}^{90} 2k \sin(2k)}{90} = \frac{2 \sin(2^\circ) + 4 \sin(4^\circ) + 6 \sin(6^\circ) + \dots + \dots + 178 \sin(178^\circ) + 180 \sin(180^\circ)}{90} = \operatorname{ctg}(1^\circ).$$