

Zestaw zadań domowych I

Data zwrotu: 3 listopada 2020, 12:15 (Moodle:

<https://moodle.mimuw.edu.pl/course/view.php?id=783>).

Uwaga: Proszę, aby każde rozwiązanie zamieszczone było na **osobnej kartce** (kartkach). Każda kartka powinna być **podpisana** imieniem, nazwiskiem, numerem grupy. Rozwiązania należy zeskanować (wystarczy zdjęcie przy pomocy aplikacji typu CamScanner) i przekonwertować do formatu pdf.

Zadanie 1. (2p.) Rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 = 32 \\ x_1 + 3x_2 - 7x_3 - x_5 = 33 \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 22 \end{cases} .$$

Zadanie 2. (2p.) Dla jakich liczb rzeczywistych a poniższy układ ma rozwiązanie? Dla każdego takiego a wyznacz zbiór rozwiązań.

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2ax_3 = 1 \end{cases}$$

Zadanie 3. (2p.) Pokaż, że układy równań liniowych opisane przez następujące macierze A i B są równoważne.

$$A = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \\ -1 & -5 & 8 & -3 \end{array} \right] \quad B = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 0 \\ -1 & -1 & -4 & 1 \end{array} \right]$$

Zadanie 4. (2p.) Dany jest układ równań liniowych postaci:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} .$$

Założmy, że macierz współczynników (a więc macierz o m wierszach i n kolumnach powstała poprzez usunięcie kolumny wyrazów wolnych b_1, \dots, b_m z macierzy opisującej ten układ równań) tego układu ma dwie identyczne kolumny. Wykaż, że układ ten jest albo sprzeczny, albo ma nieskończenie wiele rozwiązań.