8. Ciało liczb zespolonych – podzbiory płaszczyzny zespolonej

Zadanie 1. *Naszkicuj na płaszczyźnie zbiory liczb $z \in \mathbb{C}$ spełniających warunki:*

$$\begin{array}{cccc}
Im(iz) < 0, & Re(1+i)z \geqslant 1, & Im(1+i)z^2 < 0, & Im(z^2) < 0, \\
arg(iz+1) = \pi, & arg(z^2) = \frac{\pi}{3}, & Arg(z^3) < 0, & 0 < arg(iz^2) \leqslant \pi, \\
Im(iz^4+2) \geqslant 0, & Im(z^3) < Re(z^3), & |z+3-i| > 3, & 2 \leqslant |z| < |z-2| < 4, \\
|1+i-\overline{z}| < 2 - Re(z), & |z+3-i| + |z+3+i| \leqslant 2, & Im\left(\frac{1}{z-1}\right) < 1, & Im\left(\frac{1-iz}{1+iz}\right) = 1.
\end{array}$$

Zadanie 2. *Niech $D = \{z \in \mathbb{C} \,|\, Re(z) \geqslant 0\}$, $f(z) = (1-i)z+3$, $g(z) = -iz^4$. Naszkicuj D, $f(D), g^{-1}(D)$.*

Zadanie 3. *Niech $D = \{z \in \mathbb{C} \,|\, Im(z) > 0\}$ oraz $E = \{z \in \mathbb{C} \,|\, Re(z) < -2\}$. Czy istnieją liczby $w, u \in \mathbb{C}$ takie, że dla każdego $z \in \mathbb{C}$ zachodzi $z \in D \Leftrightarrow wz + u \in E$?*

Zadanie 4. *Niech $D = \{z \in \mathbb{C} \,|\, Im(z^4) > 0\}$ i niech $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ będzie dane wzorem $f(z) = (1+i)z + 2$. Naszkicować D i $f(D)$. Rozpatrzmy wielomian $g(z) = z^3 + 1 \in \mathbb{C}[z]$. Niech $A = \{z \in \mathbb{C} \,|\, g(z) = 0\}$. Które z elementów zbioru A leżą w zbiorze D?*