GAL I (grupa 1),

Wyznaczniki cd. Macierze odwracalne

Zadanie domowe 1. *Przy pomocy indukcji, rozwinięcia Laplace'a oblicz wyznaczniki następujących macierzy $n \times n$:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (n-1)^2 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadanie 1. *Wyrazami macierzy kwadratowej A należącej do $M_4(\mathbb{R})$ są tylko liczby -2 oraz 1 (dowolnie ustawione). Pokazać, że wyznacznik macierzy A jest liczbą całkowitą podzielną przez 27.*

Zadanie 2. *Korzystając z własności macierzy* $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ *uzasadnić, że wyrazy $F_0, F_1, \dots$ ciągu Fibonacciego spełniają dla każdego $n \in \mathbb{N}$ równość $F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$.*

Zadanie 3. *Dla jakich wartości parametru $s \in \mathbb{R}$ poniższa macierz*

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & s & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

jest odwracalna? Dla każdego takiego s znaleźć A^{-1}.

Zadanie 4. *Czy poniższy wyznacznik może być równy 0?*

$$\begin{vmatrix} 102495 & 550429 & 873298 & 660697 \\ 370628 & 909093 & 127450 & 925601 \\ 835044 & 601178 & 624655 & 263392 \\ 663780 & 487252 & 292276 & 593107 \end{vmatrix}$$