GAL I (grupa 1),

Przekształcenia liniowe cz. 3

Zadanie domowe 1. *Niech* $V = \mathrm{lin}((10, 14, -4), (-15, -21, 6))$. *Znajdź taką podprzestrzeń* W *by* $V \oplus W = \mathbb{R}^3$. *Znajdź macierz rzutu* $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *na* V *wzdłuż* W *w bazie standardowej.*

Zadanie domowe 2. *Niech* $\mathcal{A} = \{(1, 2, 2), (1, 2, 1), (1, 1, 2)\}$. *Niech* $V = \mathrm{lin}(\alpha_1, \alpha_2)$ *oraz* $W = \mathrm{lin}((\alpha_3))$. *Znaleźć wzór na* $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *będący symetrią* $\mathbb{R}^3$ *względem* V *równolegle do* W.

Zadanie 1. *Niech* $\mathcal{A} = ((1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 0))$ *oraz:*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Znaleźć bazy jądra i obrazu przekształceń ϕ, ψ, *gdzie:*

$$M(\phi)^{\mathcal{A}}_{st} = A, \quad M(\psi)^{st}_{\mathcal{A}} = A.$$

Zadanie 2. *Znaleźć macierze* $X, Y \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$, *że:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} Y.$$

Zadanie 3. *Niech* $\phi : V \to W$, $\psi : W \to Z$ *będą przekształceniami liniowymi i niech*

$$M(\phi)^{\mathcal{B}}_{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad M(\psi)^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

w pewnych bazach $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ *przestrzeni* V, W, Z *odpowiednio. Niech* $\alpha \in V$ *ma w bazie* $\mathcal{A}$ *współrzędne* $1, -1, 3, -2$. *Znaleźć współrzędne wektora* $\phi(\alpha)$ *w bazie* $\mathcal{B}$ *oraz współrzędne wektora* $(\psi \circ \phi)(\alpha)$ *w bazie* $\mathcal{C}$.

Zadanie 4. *Niech:*

$$M(\phi)^{\mathcal{B}}_{st} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad M(\psi_t)^{st}_{st} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & t \end{bmatrix},$$

gdzie $\mathcal{B} = ((0, 1), (1, -1))$. *Dla jakich* t *złożenie* $\phi \circ \psi_t$ *jest izomorfizmem?*