GAL I (grupa 1),

Przekształcenia liniowe cz. 2

Zadanie domowe 1. *Znaleźć wzory na przekształcenie liniowe* $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ *zadane następującymi warunkami:*

a) $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \phi((3,1)) = (4,5,-1), \phi((7,2)) = (-3,0,5)$*,*

b) $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \phi((1,2,1)) = (7,2), \phi((3,2,4)) = (20,17), \phi((5,1,2)) = (17,12)$*,*

c) $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \phi((1,0,1)) = (5,1,3), \phi((0,1,1)) = (2,3,4), \phi((1,0,0)) = (6,7,7)$*.*

Zadanie domowe 2. *Dla jakich wartości parametru* $r \in \mathbb{R}$ *przekształcenie:*

a) $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$*,* $\phi((x_1,x_2,x_3)) = (x_1+x_2+2x_3, 2x_1+x_2+x_3, x_1+3x_2+rx_3, 5x_1+3x_2+4x_3, x_1+2x_2+5x_3)$ *jest monomorfizmem?*

b) $\phi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$*,* $\phi((x_1,x_2,x_3,x_4)) = (4x_1+x_2+rx_3+x_4, 3x_1+2x_2+x_3+x_4, 2x_1+3x_2+3x_3+x_4)$ *jest epimorfizmem?*

Zadanie 1. *W każdym z poniższych przypadków zbadać, czy istnieje przekształcenie liniowe* $\phi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ *spełniające zadane warunki. Jeśli tak to znaleźć przykład takiego* f *podając jego wzór.*

a) $\ker(\phi) = \{(x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbb{R}^4 \,|\, x_1 - x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 0\}, \operatorname{im}(\phi) = \operatorname{lin}((2,3,1))$*,*

b) $\ker(\phi) = \operatorname{lin}((1,0,3,3)), \operatorname{im}(\phi) = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 4x_1 + 5x_2 - x_3 = 0\}$*,*

c) $\ker(\phi) = \operatorname{lin}((1,1,1,1),(1,1,1,0)), \operatorname{im}(\phi) = \operatorname{lin}((1,1,1),(1,1,0))$*.*

Zadanie 2. *Znaleźć macierz* $M(\phi)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}}$ *przekształcenia liniowego* $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$*, danego wzorem* $\phi((x_1,x_2)) = (3x_1+x_2, x_1+5x_2, -x_1+4x_2, 2x_1+x_2)$*, gdzie*

$$\mathcal{A} = \{(3,1),(4,2)\}, \quad \mathcal{B} = \{(1,0,1,0),(0,1,1,1),(0,1,2,3),(0,0,0,1)\}.$$

Zadanie 3. *Niech* $\mathcal{A} = ((1,1,0),(1,0,1),(0,1,0))$ *oraz:*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Znaleźć bazy jądra i obrazu przekształceń ϕ, ψ*, gdzie:*

$$M(\phi)_{st}^{\mathcal{A}} = A, \quad M(\psi)_{\mathcal{A}}^{st} = A.$$

Zadanie 4. *Niech* $V = \operatorname{lin}((10,14,-4),(-15,-21,6))$*. Znajdź taką podprzestrzeń* W *by* $V \oplus W = \mathbb{R}^3$*. Znajdź macierz rzutu* $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *na* V *wzdłuż* W *w bazie standardowej.*

Zadanie 5. *Niech* $\mathcal{A} = \{(1,2,2),(1,2,1),(1,1,2)\}$*. Niech* $V = \operatorname{lin}(\alpha_1,\alpha_2)$ *oraz* $W = \operatorname{lin}((\alpha_3))$*. Znaleźć wzór na* $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *będący symetrią* $\mathbb{R}^3$ *względem* V *równolegle do* W*.*