

# 1. Układy równań o współczynnikach rzeczywistych

**Zadanie 1.** Rozwiąż układy równań:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12. \end{cases}$$

**Zadanie 2.** Wyznacz (dowolną) postać schodkową macierzy:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Zadanie 3.** Wyznacz zredukowaną postać schodkową macierzy:

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & t \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

w zależności od parametrów  $a, b \in \mathbb{R}$  oraz  $t \in \mathbb{R}$ .

**Zadanie 4.** Rozwiąż układy równań:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 4x + 5y + 6z = 1 \\ 7x + 8y + 9z = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = -2 \\ 3x + 2y + 4z = -3. \end{cases}$$

**Zadanie 5.** Czwórka liczb rzeczywistych  $(a, b, c, d)$  jest rozwiązaniem układu równań liniowych  $U_1$ .

Czy wynika stąd, że czwórka  $(-a, -2b, -3c, -4d)$  jest rozwiązaniem układu równań liniowych  $U_2$ , gdzie

$$U_1 : \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0 \end{cases}, \quad U_2 : \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ 5x_1 + x_4 = 0 \end{cases} ?$$

**Zadanie 6.** W zależności od wartości parametru  $k$  określ kiedy poniższy układ równań: nie ma rozwiązań, ma dokładnie jedno rozwiązanie, ma nieskończenie wiele rozwiązań:

$$\begin{cases} x + ky = 1 \\ kx + y = 1 \end{cases}.$$

Na następne ćwiczenia:

**Zadanie domowe 1.** *Znajdź wielomian  $f(x)$  stopnia 3 spełniający warunki:*

$$f(-2) = 1, \quad f(-1) = 3, \quad f(1) = 13, \quad f(2) = 33.$$

**Zadanie domowe 2.** *Dla jakich wartości parametru  $\lambda$  układ:*

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1 \end{cases}$$

- *nie ma rozwiązań,*
- *ma dokładnie jedno rozwiązanie,*
- *ma nieskończenie wiele rozwiązań.*

**Zadanie domowe 3.** *Opisz zbiór rozwiązań układu równań postaci:*

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3. \end{cases}$$