

Matematyka 0 dla Wydziału Chemii.

5. Wektory

Zadanie 1. W przestrzeni \mathbb{R}^3 dane są punkty $A = (1, 3, 2), B = (0, 1, 1), C = (-1, -1, -1)$. Podać współrzędne wektorów $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{CA}, \vec{BC}$, a następnie obliczyć ich długości.

Zadanie 2. Obliczyć iloczyn skalarny $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ wiedząc, że:

- a) $\vec{a} = [-1, 5, 2], \vec{b} = [3, 0, 7]$,
- b) $\vec{a} = [1, -1, 1], \vec{b} = [3, 0, -2]$,
- c) $\|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 6, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$,
- d) $\|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 4, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$.

Zadanie 3. Znaleźć długość wektora $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$ wiedząc, że $\vec{p} \perp \vec{q}$ oraz $\|\vec{p}\| = 4, \|\vec{q}\| = 2$.

Zadanie 4. Dla jakich wartości parametru m wektory $\vec{a} = [1, 2, 3], \vec{b} = [2, 2, m]$ są prostopadłe?

Zadanie 5. Czy dane trójki punktów leżą na jednej prostej:

- a) $(1, 2), (2, 3), (3, 4)$,
- b) $(1, 2), (2, 4), (3, 9)$,
- c) (\clubsuit) $(1, 2, 1), (2, 4, 5), (1, 0, -1)$. d) $(1, 0, 1), (3, -2, 5), (0, 1, -4)$.

Zadanie 6. Jaki warunek spełniają liczby a, b, c , jeśli wektor $[a, b, c]$ jest prostopadły do wektorów $[1, 2, 3]$ i $[3, 2, 1]$?

Zadanie 7. Dla danego $\triangle ABC$ rozstrzygnąć, czy jest on ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny.

- a) $A = (3, 5), B = (5, 8), C = (0, 0)$.
- b) $A = (2, 1), B = (3, 5), C = (8, 13)$.
- c) $A = (3, 5, 8), B = (5, 8, 13), C = (0, 0, 0)$.
- d) $A = (-1, 2 - 0), B = (0, 3, 1), C = (10, -5, 1)$.

Zadanie 8. (\clubsuit) Niech $A = (1, -2, 3), B = (21, -22, 23)$. Znaleźć punkt D , który dzieli odcinek AB w proporcji: (a) $1 : 1$ (b) $1 : 3$ (c) $2 : 3$.

Zadanie 9. Znaleźć równanie prostej na płaszczyźnie:

- a) przechodzącej przez punkty $A = (1, 2), B = (3, 4)$,
- b) równoległej do prostej $x - 7y + 5 = 0$ i przechodzącej przez punkt $(1, 1)$,
- c) prostopadłej do prostej $2x + 3y - 3 = 0$ i przechodzącej przez punkt $(-1, 2)$,
- d) zawierającej punkt $A = (-2, -3)$ oraz środek odcinka o końcach $B = (4, 1), C = (-1, 3)$,
- e) zawierającej przekątną BC kwadratu $ABCD$, gdzie $A = (2, 5), C = (6, 7)$.

Zadanie 10. (\clubsuit) Znaleźć środek ciężkości oraz punkt przecięcia wysokości w trójkącie o wierzchołkach:

- a) $A = (2, 1), B = (3, 5), C = (8, 13)$,
- b) $A = (-1, 2, 0), B = (0, 3, 1), C = (10, -5, -1)$.