

Matematyka 0 dla Wydziału Chemii.

4. Potęgi i logarytmy.

Zadanie 1. Uprość wyrażenia:

$$(a) 9^9 \cdot 81^2 \quad (b) \frac{4^5 \cdot 5^4}{20^4} \quad (c) \frac{3^{27} + 3^{26}}{3^{26} + 3^{25}} \quad (d) \frac{8^{20} - 2 \cdot 4^{20}}{2^{20} \cdot 4^{10}}.$$

Zadanie 2. Uprość wyrażenia:

$$(a) \frac{4^3 \cdot 4^{-2} + 5^{-4} \cdot 5^3}{9^{-6} \cdot 9^{-7} + 0.46^0} \quad (b) \left(\left(2\frac{1}{3} \right)^{-1} - 7^{-2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (c) \frac{0.2^{-1} - 0.9^0}{\left(3\frac{1}{3} \right)^{-2} \cdot 0.27^{-1} + 5^{-1}}, \quad (d) \frac{4^{-1} - 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{-2}}{5 - \left(\frac{1}{2} \right)^{-1}}.$$

Zadanie 3. Uprość wyrażenia:

$$(a) \frac{\sqrt[4]{5} \cdot 25 \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt[4]{25}}{625 \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \sqrt[4]{125}} \quad (b) \frac{128 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt[4]{8}}{2^{-3} \cdot \sqrt[3]{4}} \quad (c) \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}} \right)^2 \quad (d) \sqrt{6 - 3\sqrt{3}} \cdot (63 + 36\sqrt{3})^{\frac{1}{4}}.$$

Zadanie 4. Oblicz: $\log(1000)$, $\log_2(64)$, $\log_3(1)$, $\log_2(\sqrt{8})$, $\log_{\frac{1}{3}}(9)$, $\log\left(\frac{1}{\sqrt{1000}}\right)$, $\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{8}{27}\right)$, $\log_{\sqrt{3}}(3\sqrt{3})$, $\log_7(\sqrt[3]{49})$.

Zadanie 5. Wyznacz x , jeżeli $\log_2(x+1) = 0$, $\log_4(2x-1) = \frac{1}{2}$, $\log(5-4x) = 0$, $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4) = -3$.

Zadanie 6. Oblicz: $5^{\log_5(3)}$, $7^{2\log_7(6)}$, $4^{2+\log_4(7)}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(5)}$, $\log_3\left(\frac{\sqrt{3}}{27}\right)$, $\log\left(\frac{\sqrt[3]{10}}{100}\right)$, $\log_3\left(\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt[3]{3}}\right)$, $\log\left(\frac{100\sqrt{10}}{\sqrt[4]{1000}}\right)$

Zadanie 7. (♣) Przyjmując, że $\log 2 \approx 0,301$, $\log 3 \approx 0,477$, obliczyć $\log 4$, $\log 6$, $\log 8$, $\log 5$.

Zadanie 8. (♣) Wykazać nierówności $\log 2 > 0,3$ oraz $2\log 7 < 2 - \log 2$.

Zadanie 9. (♣) Uprościć wyrażenia: $\frac{\sqrt{\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[3]{5}}}{\sqrt[3]{25}}$, $10 \cdot 100^{\frac{1}{2}} \log 9 - \log 2$, $125^{\log_{25} 16}$.

Zadanie 10. (♣) Rozwiązać równania:

$$(a) \log(3x+4) + \log(x-8) = 2,$$

$$(b) \log(x^2 - 3x + 2) = 1 - \log(x + 2),$$

$$(c) \log_x 7 + \log_{x^2} 7 = 6,$$

$$(d) \log_{15}(\log_4(\log_3(x))) = 0.$$

Zadanie 11. Rozwiązać równania:

$$(a) \log(x-5) + \log(x-2) + \frac{2}{5} \log(27 \cdot 9) = 4 \log(\sqrt{6}) - \log(x-6).$$

$$(b) \log(x+3) + \log(x-3) = \frac{5}{3} \log 8 = 4 \log \sqrt{3} - \log(13-x).$$

$$(c) \log_3(x^2+2) + \log_3(2x-1) = 2 + \log_3(x).$$

Zadanie 12. Rozwiązać układy równań:

$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648 \\ 3^x \cdot 2^y = 432. \end{cases} \quad \begin{cases} \log_2(x+y) - \log_3(x-y) = 1 \\ x^2 - y^2 = 2. \end{cases}$$