

18. Całkowanie przed podstawienie i przez części

Więcej np. na: <https://inf.ug.edu.pl/kierunkizamawiane/materialy.matematyka/calcki.f.pdf>

Zadanie 1. *Całkowanie przez podstawienie, proste:*

$$\int \sqrt{3x+1} dx, \quad \int x\sqrt{1+x^2} dx, \quad \int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+1}} dx, \quad \int \frac{x^3}{\cos^2(x^4)} dx$$

$$\int \sin^5(x) \cos(x) dx, \quad \int \frac{\sin(x)}{1+3\cos(x)} dx, \quad \int \frac{(\ln(x))^2}{x} dx, \quad \int (2-x)\sin(2x-4)^2 dx$$

Zadanie 2. *Całkowanie przez podstawienie, trudniejsze:*

$$\int \frac{1}{2+3x^2} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{e^x+e^{-x}}} dx, \quad \int \cos^5(x) dx, \quad \int \frac{\sqrt{\arctg(x)}}{x^2+1} dx,$$

$$\int \frac{\ln(\operatorname{tg}(x))}{\sin(x)\cos(x)} dx, \quad \int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x \ln(x)} dx, \quad \int \frac{x^4}{x^{10}+3} dx, \quad \int \frac{\sin(x)-\cos(x)}{1+2\sin(x)\cos(x)} dx$$

Zadanie 3. *Całkowanie przez podstawienie, odwrotne podstawienia:*

$$\int \frac{1}{\sqrt{x-\sqrt[3]{x}}} dx, \quad \int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x+1}} dx, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x(\sqrt[3]{x+1})}}, \quad \int \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx$$

$$\int \sqrt{1-x^2} dx, \quad \int \sqrt{1+x^2} dx, \quad \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad \int \sqrt{1-\cos(x)} dx$$

Zadanie 4. *Całkowanie przez części, proste:*

$$\int x \sin(2x) dx, \quad \int x^2 \cos(x) dx, \quad \int x e^{-x} dx, \quad \int x^2 \ln(x) dx,$$

$$\int x \cdot \arctg(x) dx, \quad \int \sqrt{x} \ln(x) dx, \quad \int \frac{x^2}{\cos^2 x} dx, \quad \int x \sin^2(x) dx.$$

Zadanie 5. *Całkowanie przez części z „niewidzialną częścią”:*

$$\int \ln(x) dx, \quad \int \arccos(x) dx, \quad \int \sin^2(x) dx, \quad \int \arcsin^2(x) dx.$$

Zadanie 6. *Całkowanie przez „zapętlenie”:*

$$\int x \sin(x) dx, \quad \int e^x \cos(2x) dx, \quad \int e^x (\sin(x) - \cos(x)) dx, \quad \int \sin(3x) e^{-x} dx.$$

Zadanie 7. *Całkowanie przez części i przez podstawienie:*

$$\int x^3 e^{x^2} dx, \quad \int \frac{e^{3x}}{e^{2x}+1} dx, \quad \int \frac{x^2 \arctg(x)}{1+x^2} dx, \quad \int \frac{x \cdot \arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

$$\int x^3 \arcsin(x) dx, \quad \int \arctg(\sqrt{x}) dx, \quad \int x^2 \arcsin(x) dx, \quad \int \frac{\ln(\ln(x))}{x} dx,$$

$$\int \frac{x}{1+x^4} \arctg(x^2) dx, \quad \int \sqrt{x} \ln(x)^3 dx, \quad \int x \operatorname{tg}^2(x) dx, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-\ln^2(x)}} dx.$$