

17. Całka nieoznaczona i oznaczona - wzory i metoda ułamków prostych

**Zadanie 1.** Oblicz całkę nieoznaczoną:

$$\int (x^4 - 5x + 3)dx, \quad \int (1 - x^3)^2 dx, \quad \int (\sqrt[3]{x^2})dx, \quad \int \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^5} dx,$$

$$\int \frac{6x^2 - 3\sqrt{x} + \sqrt[5]{x^2}}{x^2} dx, \quad \int \frac{4x - 3\sqrt{x} - 4\sqrt[5]{x^8} + 8}{2\sqrt[3]{x^2}} dx, \quad \int \frac{x\sqrt{x} - x\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}} dx, \quad \int \frac{4x\sqrt{x^3} + x\sqrt[4]{x}}{x^3} dx,$$

$$\int \frac{2^{x-1} - 5^{x+1}}{10^x} dx, \quad \int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx, \quad \int \cos(x)e^{\sin(x)} dx, \quad \int \frac{3}{\cos^2 x} dx,$$

$$\int \sin(3x)dx, \quad \int x \cos(x^2)dx, \quad \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx, \quad \int \frac{x + 2}{2x + 1} dx.$$

**Zadanie 2.** Korzystając ze wzoru  $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctg(x) + C$  oblicz następujące całki:

$$\int \frac{2}{2+x^3} dx, \quad \int \frac{1}{1+2x^2} dx, \quad \int \frac{x^2+4}{x^2+1} dx, \quad \int \frac{1}{x^2+2x+2} dx.$$

**Zadanie 3.** Korzystając ze wzoru  $\int \frac{1}{x+a} dx = \ln(|x+a|) + C$  oraz z rozkładu na ułamki proste typu  $\frac{ax+b}{(x-c)(x-d)} = \frac{A}{x-c} + \frac{B}{x-d}$  oblicz następujące całki:

$$\int \frac{2x-5}{(x-1)(x-2)} dx, \quad \int \frac{1}{2x^2+9x-5} dx, \quad \int \frac{11x-1}{3x^2-5x-2} dx, \quad \int \frac{9x-5}{9x^2-6x+1} dx.$$

**Zadanie 4.** Korzystając z własności i całek funkcji trygonometrycznych oblicz:

$$\int \frac{1}{\sin^2(x) \cos^2(x)} dx, \quad \int \frac{1}{\sin(x)} dx, \quad \int \frac{1}{\sin(x) + \cos(x)} dx, \quad \int \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\cos(x) + \sin(x)} dx.$$