

13. Pochodne cz. 2

**Zadanie 1.** Wyznacz pochodną funkcji złożonej

- a)  $f(x) = (x^2 - 1)^{100}$       b)  $f(x) = \sqrt[4]{3x+1}$       c)  $f(x) = \ln^3(x)$   
 d)  $f(x) = \sin(2^x)$       e)  $f(x) = \cos(2x) + 2\sin^2(x)$       f)  $f(x) = \sin^3(\cos(3x))$ ,  
 g)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$       h)  $f(x) = \sin(e^{x^2+3x+2})$       (♣)  $f(x) = \sin(\ln(\cos(x)))$ ,  
 (♣)  $f(x) = x^x$       k)  $f(x) = x^{\sin(x)}$       (♣)  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2+\log_7(x)}}{\sin(5x)+\arctg(x)}$

**Zadanie 2.** Wyznacz granice korzystając z reguły de l'Hospitala.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\ln(x-9)}{x-10}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{6x}$       (♣)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{666}}{2^x}$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{x}$       e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x+x^2}$       f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$ ,  
 g)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(3x)}{\cos(x)}$       h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-1}{\sin(2x)}$       (♣)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{\ln(\sin(x))}$ ,  
 j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{3x^2}$       k)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x \cos(x)}$       l)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)-x \cos(x)}{x^3}$ ,  
 l)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)}$       m)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \ln(x)$       n)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$   
 o)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$       p)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x-1}}$       (♣)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin(x)}$

**Zadanie 3.** Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji:

- a)  $f(x) = 2x - x^2$   
 b)  $f(x) = x^3 - 3x + 5$   
 c)  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$   
 d)  $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2-1}$   
 e)  $f(x) = x\sqrt{2-x^2}$   
 f)  $f(x) = x^2 - \ln(2-x^2)$   
 g)  $f(x) = \cos(x) - x$ .

**Zadanie 4.** Wyznacz ekstremum funkcji.

- a)  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$   
 b)  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$   
 c)  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$   
 d)  $f(x) = x^2(1-x)$   
 e)  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$   
 f)  $f(x) = x \ln(x)$   
 g)  $f(x) = \frac{(\ln(x)^2)}{x}$ .

**Zadanie 5.** Wyznacz najmniejsze i największe wartości funkcji:

- a)  $f(x) = x^3 - 3x$  na przedziale  $[0, 2]$ ,  
 b)  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 10$  na przedziale  $[0, 3]$   
 c)  $f(x) = 2\sin(x) + \cos(2x)$  na przedziale  $[0, \pi/2]$   
 d)  $f(x) = \arctg(x^2)$  na całym zbiorze liczb rzeczywistych,  
 e)  $f(x) = x - 2\ln(x)$  na przedziale  $[1, e]$   
 f)  $f(x) = \frac{\ln}{\sqrt{x}}$  na przedziale  $[1, e^{8/3}]$ ,  
 (♣)  $f(x) = |x^2 + 2x - 3| + \frac{3}{2}\ln(x)$ , na przedziale  $[\frac{1}{2}, 2]$ ,  
 (♣)  $f(x) = x^2 + \frac{4x^2}{(x-2)^2}$ , na przedziale  $(2, \infty)$ .