Matematyka 0 dla Wydziału Chemii.

11. Pochodne cz. 1

Zadanie 1. *Korzystając jedynie z definicji wyznaczyć pochodną funkcji.*

a) $f(x) = x^2$ *b)* $f(x) = x^2 + 1$ *c)* $f(x) = \sqrt{x+2}$

d) $f(x) = \frac{1}{x}$ *e)* $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$ *f)* $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$.

Zadanie 2. *Korzystając z definicji policzyć pochodną funkcji w danym punkcie:*

a) $f'(0)$, *dla* $f(x) = x^2\cos(x)$,

b) $f'(0)$, *dla* $f(x) = xe^x$,

c) $f'(0)$, *dla* $f(x) = x\sqrt{9 + \sin(tg(x))}$,

d) $f'(1)$, *dla* $f(x) = \ln(x)\sqrt{1+3x^2}$.

Zadanie 3. *Oblicz pochodną korzystając ze wzorów na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu.*

a) $f(x) = 5x^3 - 9x^2 + 4x - 4$

b) $f(x) = 5\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x} - 9$

c) $f(x) = x^2e^x$

d) $f(x) = (1+x^2)(2x^3+3)$

e) $f(x) = (x+1)\cos(x)$

f) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

g) $f(x) = \frac{5\ln(x)}{x}$

h) $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x+5}$

i) $f(x) = \frac{x\sin(x)}{\mathrm{tg}(x)}$

j) $f(x) = \frac{3x-1}{5\sqrt[3]{x}+7}$.

Zadanie 4. *Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji* f *w punkcie* $(x_0, f(x_0))$ *jeśli:*

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ *oraz* $x_0 = 2$,

b) $f(x) = x^2 - x^2 + 2$ *oraz* $x_0 = 1$,

c) $f(x) = \cos^2(x) - 2\sin(x)$ *oraz* $x_0 = \pi$.

Zadanie 5. *Napisz równanie stycznych do wykresu funkcji* $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ *i równoległych do prostej o równaniu* $y = 2x + 1$.

Zadanie 6. *Wyznacz wszystkie proste, które są jednocześnie styczne do paraboli* $y = x^2$ *oraz okręgu o równaniu* $x^2 + (y+2)^2 = 4$.

Zadanie 7. *Puntkt* $P = (1,3)$ *należy do wykresu funkcji* $f(x) = \frac{x^2+ax+3}{x+b}$, *gdzie* $b \neq -1$. *Styczna do wykresu danej funkcji, poprowadzona w punkcie* P, *jest prostopadła do prostej o równaniu* $2x+y+7=0$. *Oblicz współczynniki* a *i* b *oraz napisz równanie tej stycznej.*

Zadanie 8. *Korzystając z przybliżenia* $f(p+h) \approx f(p) + f'(p)h$, *dla* $|h| \approx 0$ *znaleźć przybliżoną wartość:*

a) $\sqrt{50}$ *b)* $\sqrt{3}65$ *c)* $\log(1000)$, *jeśli* $\ln(10) \approx 2,3$

d) $\frac{1}{\sqrt{3,98}}$ *e)* $\cos(0,02)$ *f)* $e^{-0,01}$.