

**Matematyka dla wydziału Geologii**  
**Całka nieoznaczona - podstawowe metody**

**Zadanie 1.** Oblicz całkę nieoznaczoną:

$$\int (x^4 - 5x + 3)dx, \quad \int (1 - x^3)^2 dx, \quad \int (\sqrt[3]{x^2})dx, \quad \int \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^5} dx,$$

$$\int \frac{6x^2 - 3\sqrt{x} + \sqrt[5]{x^2}}{x^2} dx, \quad \int \frac{4x - 3\sqrt{x} - 4\sqrt[5]{x^8} + 8}{2\sqrt[3]{x^2}} dx, \quad \int \frac{x\sqrt{x} - x\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}} dx, \quad \int \frac{4x\sqrt{x^3} + x\sqrt[4]{x}}{x^3} dx,$$

$$\int \frac{2^{x-1} - 5^{x+1}}{10^x} dx, \quad \int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx, \quad \int \cos(x)e^{\sin(x)} dx, \quad \int \frac{3}{\cos^2 x} dx,$$

$$\int \sin(3x)dx, \quad \int x \cos(x^2)dx, \quad \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx, \quad \int \frac{x + 2}{2x + 1} dx.$$

**Zadanie 2.** Korzystając ze wzoru  $\int \frac{1}{x+a} dx = \ln(|x+a|) + C$  oraz z rozkładu na ułamki proste typu  $\frac{ax+b}{(x-c)(x-d)} = \frac{A}{x-c} + \frac{B}{x-d}$  oblicz następujące całki:

$$\int \frac{2x - 5}{(x-1)(x-2)} dx, \quad \int \frac{1}{2x^2 + 9x - 5} dx, \quad \int \frac{11x - 1}{3x^2 - 5x - 2} dx, \quad \int \frac{9x - 5}{9x^2 - 6x + 1} dx.$$

**Zadanie 3.** Całkowanie przez podstawienie, proste:

$$\int \sqrt{3x+1} dx, \quad \int x\sqrt{1+x^2} dx, \quad \int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3+1}} dx, \quad \int \frac{x^3}{\cos^2(x^4)} dx$$

$$\int \sin^5(x) \cos(x) dx, \quad \int \frac{\sin(x)}{1+3\cos(x)} dx, \quad \int \frac{(\ln(x))^2}{x} dx, \quad \int (2-x) \sin(2x-4)^2 dx$$

**Zadanie 4.** Całkowanie przez podstawienie, trudniejsze:

$$\int \frac{1}{2+3x^2} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{e^x + e^{-x}}} dx, \quad \int \cos^5(x) dx, \quad \int \frac{\sqrt{\arctg(x)}}{x^2 + 1} dx,$$

$$\int \frac{\ln(\operatorname{tg}(x))}{\sin(x) \cos(x)} dx, \quad \int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x \ln(x)} dx, \quad \int \frac{x^4}{x^{10} + 3} dx, \quad \int \frac{\sin(x) - \cos(x)}{1 + 2 \sin(x) \cos(x)} dx$$

**Zadanie 5.** Całkowanie przez części, proste:

$$\int x \sin(2x) dx, \quad \int x^2 \cos(x) dx, \quad \int x e^{-x} dx, \quad \int x^2 \ln(x) dx,$$

$$\int x \cdot \arctg(x) dx, \quad \int \sqrt{x} \ln(x) dx, \quad \int \frac{x^2}{\cos^2 x} dx, \quad \int x \sin^2(x) dx.$$

**Zadanie 6.** Całkowanie przez części z „niewidzialną częścią”:

$$\int \ln(x) dx, \quad \int \arccos(x) dx, \quad \int \sin^2(x) dx, \quad \int \arcsin^2(x) dx.$$

**Zadanie 7.** Całkowanie przez „zapętlenie”:

$$\int x \sin(x) dx, \quad \int e^x \cos(2x) dx, \quad \int e^x (\sin(x) - \cos(x)) dx, \quad \int \sin(3x) e^{-x} dx.$$

**Zadanie 8.** Całkowanie przez części i przez podstawienie:

$$\int x^3 e^{x^2} dx, \quad \int \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 1} dx, \quad \int \frac{x^2 \arctg(x)}{1+x^2} dx, \quad \int \frac{x \cdot \arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

$$\int x^3 \arcsin(x) dx, \quad \int \arctg(\sqrt{x}) dx, \quad \int x^2 \arcsin(x) dx, \quad \int \frac{\ln(\ln(x))}{x} dx,$$

$$\int \frac{x}{1+x^4} \arctg(x^2) dx, \quad \int \sqrt{x} \ln(x)^3 dx, \quad \int x \operatorname{tg}^2(x) dx, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-\ln^2(x)}} dx.$$