

Matematyka W dla Wydziału Geologii.

2. Pochodne cz 2.

Zadanie 1. Wyznacz pochodną funkcji złożonej

$$\begin{array}{lll} a) f(x) = (x^2 - 1)^{100} & b) f(x) = \sqrt[4]{3x+1} & c) f(x) = \ln^3(x) \\ d) f(x) = \sin(2^x) & e) f(x) = \cos(2x) + 2\sin^2(x) & f) f(x) = \sin^3(\cos(3x)), \\ g) f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) & h) f(x) = \sin(e^{x^2+3x+2}) & (i) f(x) = \sin(\ln(\cos(x))), \\ (j) f(x) = x^x & k) f(x) = x^{\sin(x)} & (k) f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2+\log_7(x)}}{\sin(5x)+\arctg(x)} \end{array}$$

Zadanie 2. Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji:

$$\begin{array}{l} a) f(x) = \frac{x}{1+x^2} \\ b) f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2-1} \\ c) f(x) = x\sqrt{2-x^2} \\ d) f(x) = x^2 - \ln(2-x^2) \\ e) f(x) = \cos(x) - x. \end{array}$$

Zadanie 3. Wyznacz ekstremum funkcji.

$$\begin{array}{l} a) f(x) = \frac{1}{1+x^2} \\ b) f(x) = x^2(1-x) \\ c) f(x) = \frac{e^{2x}}{x} \\ d) f(x) = x \ln(x) \\ e) f(x) = \frac{(\ln(x)^2)}{x}. \end{array}$$

Zadanie 4. Wyznacz najmniejsze i największe wartości funkcji:

$$\begin{array}{l} a) f(x) = x^3 - 3x \text{ na przedziale } [0, 2], \\ b) f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 10 \text{ na przedziale } [0, 3] \\ c) f(x) = 2\sin(x) + \cos(2x) \text{ na przedziale } [0, \pi/2] \\ d) f(x) = x - 2\ln(x) \text{ na przedziale } [1, e]. \end{array}$$

Zadanie 5. Wyznacz granice korzystając z reguły de l'Hospitala.

$$\begin{array}{lll} a) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\ln(x-9)}{x-10} & b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{6x} & c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{666}}{2^x} \\ d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{x} & e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x+x^2} & f) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}, \\ g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{3x^2} & h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x \cos(x)} & i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)-x \cos(x)}{x^3}, \\ j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} & k) \lim_{x \rightarrow \infty} x - \ln(x) & l) \lim_{x \rightarrow 0} x \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \\ m) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x & n) \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x-1}} & o) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin(x)} \end{array}$$

Zadanie 6. Ile rozwiązań ma równanie

$$\begin{array}{l} a) x^3 + 2x + 7 = 0, \\ b) x^3 + 5x^2 + 3x + 15 = 0, \\ c) 3x^3 + x^2 + 4x - 4 = 0, \\ d) xe^x = 2, \\ e) x^5 + 3x - 6 = 0, \end{array}$$