

6. Punkty i wektory na płaszczyźnie i w przestrzeni. Prosta na płaszczyźnie.

Zadanie 1. Na płaszczyźnie \mathbb{R}^2 dane są punkty $A = (-2, 0)$, $B = (-1, -1)$, $C = (6, 10)$. Podać współrzędne wektorów \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{CA} , \vec{BC} , a następnie obliczyć ich długości.

Zadanie 2. W przestrzeni \mathbb{R}^3 dane są punkty $A = (1, 3, 2)$, $B = (0, 1, 1)$, $C = (-1, -1, -1)$. Podać współrzędne wektorów \vec{AB} , \vec{AC} i obliczyć ich długości. Wyznaczyć środek D odcinka AC oraz środek E odcinka BC i wyznaczyć długość odcinka DE .

Zadanie 3. Niech $A = (1, -2, 3)$, $B = (21, -22, 23)$. Znaleźć punkt D , który dzieli odcinek AB w proporcji: (a) $1 : 1$ (b) $1 : 3$ (c) $2 : 3$.

Zadanie 4. Czy dane trójki punktów leżą na jednej prostej:

a) $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$,

b) $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$,

c) $(1, 2, 1)$, $(2, 4, 5)$, $(1, 0, -1)$,

d) $(1, 0, 1)$, $(3, -2, 5)$, $(0, 1, -4)$.

Zadanie 5. Znaleźć równanie prostej na płaszczyźnie:

a) przechodzącej przez punkty $A = (1, 2)$, $B = (3, 4)$,

b) równoległej do prostej $x - 7y + 5 = 0$ i przechodzącej przez punkt $(1, 1)$,

c) prostopadłej do prostej $2x + 3y - 3 = 0$ i przechodzącej przez punkt $(-1, 2)$,

d) zawierającej punkt $A = (-2, -3)$ oraz środek odcinka o końcach $B = (4, 1)$, $C = (-1, 3)$,

e) zawierającej przekątną BC kwadratu $ABCD$, gdzie $A = (2, 5)$, $C = (6, 7)$,

Zadanie 6. Napisz równanie wysokości trójkąta o wierzchołkach $A = (-7, 1)$, $B = (7, 1)$, $C = (1, 1)$ opuszczonej z wierzchołka A .

Zadanie 7. Punkt $A = (-6, 1)$ jest wierzchołkiem trójkąta ABC , a punkt D jest środkiem odcinka AB . Równania prostych AB , CD oraz symetralnej boku BC to odpowiednio $y = \frac{1}{2}x + 4$, $y = -\frac{7}{4}x - 5$ i $y = x + 11$. Napisz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta ABC opuszczonej z wierzchołka B .