

Matematyka W dla Wydziału Geologii.

4. Logarytmy. Funkcja różnowartościowa i funkcja monotoniczna.

Zadanie 1. Wyznacz wartości logarytmów:

a) $\log(1000)$, b) $\log(0.01)$, c) $\log(10\sqrt[3]{10})$, d) $\log\left(\frac{1}{\sqrt[4]{10}}\right)$
e) $\log_2(64)$, f) $\log_2(\sqrt[3]{2})$, g) $\log_{0,2}(125)$, h) $\log_{\frac{2}{3}}\left(2\frac{1}{4}\right)$.

Zadanie 2. Korzystając z różnowartościowości funkcji logarytmicznej rozwiąż równanie:

a) $\log_2(x+1) = 0$, b) $\log(7x) = -3$, c) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4) = -3$, d) $\log_{15}(\log_4(\log_3(x))) = 0$.

Zadanie 3. Rozwiąż nierówności:

a) $\log_2(x) > 2$, b) $\log_{\frac{1}{2}}(x) < 1$, c) $\log_{\sqrt{2}}(x) \leq -3$, d) $\log(10x) \geq 0$.

Zadanie 4. Na puste konto oszczędnościowe z oprocentowaniem 10%, w którym kapitalizacja dokonuje się raz w roku, wpłacono 5000zł. Przy użyciu kalkulatora oszacuj po ilu latach kwota ta przyrośnie do 20.000zł? Jak zmieni się odpowiedź jeśli założymy, że kapitalizacja odsetek dokonuje się co miesiąc? A jeśli dokona się co tydzień?

Zadanie 5. Uprość wyrażenia:

a) $2\log_4\frac{1}{3}$, b) $4\log 2 + 2\log 3$, c) $\log_2 5 + \log_4 5$, d) $\frac{1}{2}\log 49 + \frac{1}{3}\log 8$

Zadanie 6. Oblicz:

a) $\log_2 3 \cdot \log_3 2$, b) $\log_{16} 7 \cdot \log_{49} 8$, c) $\log_8 5 \cdot \log_{25} 2$, d) $\log_{64} 9 \cdot \log_{729} 4$.

Zadanie 7. Uprość wyrażenia:

a) $4^{\log_2 3}$, b) $2^{5-\log_2 5}$, c) $10 \cdot 100^{\frac{1}{2}\log 9 - \log 2}$, d) $125^{\log_{25} 16}$.

Zadanie 8. Wykaż nierówności $\log 2 > 0,3$ oraz $2\log 7 < 2 - \log 2$.

Zadanie 9. Oblicz $\log_{12}^2 4 + \log_{12} 3 \cdot \log_{12} 48$.

Zadanie 10. Wiedząc, $\log 2 = a$ oblicz $\log 25$.

Zadanie 11. Wiedząc, że $\log_{14} 7 = a$ i $\log_{14} 5 = b$ oblicz $\log_{35} 8$.

Zadanie 12. Znajdź wartość liczby a , dla której $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_4 a} = 1$.