

Matematyka W dla Wydziału Geologii.

3. Równania i nierówności wielomianowe. Wzory Viete'a.

Zadanie 1. Wskaż w jakich przedziałach podane funkcje kwadratowe przyjmują wartości dodatnie.

$$a) y = x^2 + x - 2, \quad b) y = x^2 - 4x + 1, \quad c) y = -x^2 + 3, \quad d) y = -2x^2 + 3x + 1.$$

Zadanie 2. Wskaż w jakich przedziałach podane funkcje wielomianowe przyjmują wartości dodatnie.

$$a) y = (x + 1)^2(x - 2)^2, \quad b) y = (x - 1)^4(x - 2)^2, \quad c) y = (x + 1)^2(x + 2)^2, \quad d) y = (3x + 1)^4$$
$$e) y = x(x + 1)^2, \quad f) y = -x(x + 2)^2, \quad g) y = x(x + 1)(x + 2), \quad h) y = -x(x + 1)^2(x + 2)$$

Zadanie 3. Znajdź postać iloczynową wielomianów przez „grupowanie wyrazów”:

$$a) w(x) = x^3 + 2x^2 + x, \quad b) w(x) = x^3 - 5x^2 + 2x - 10,$$
$$c) w(x) = x^4 + x^3 + 27x + 27, \quad d) w(x) = x^6 + 2x^5 + x^4 + x^2 + 2x + 1.$$

Zadanie 4. Rozwiąż równanie wielomianowe postaci:

$$a) x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0, \quad b) 4x^3 + 4x^2 - x - 1 = 0,$$
$$c) 2x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0, \quad d) x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0.$$

Zadanie 5. Dla jakich wartości parametru m suma różnych pierwiastków równania $x^2 - mx + 3 = 0$ jest większa od 1?

Zadanie 6. Rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = -6. \end{cases}$$

Zadanie 7. Wyznacz wartości parametru m , dla których równanie $3x^2 - 6x + m = 0$ ma dwa różne pierwiastki dodatnie.

Zadanie 8. Bez wyznaczania ich wartości pokazać, że równanie $13x^2 + 531x - 39000 = 0$ ma dwa rozwiązania różnych znaków.

Zadanie 9. Uzasadnij, że pewien pierwiastek równania $x^3 + x^2 + x + 8 = 0$ jest większy od -2 .

Zadanie 10. Załóżmy, że p, q, r są pierwiastkami równania $x^3 - 2t^2 + 3t - 4 = 0$. Znajdź $(p+1)(q+1)(r+1)$.