

Matematyka W dla Wydziału Geologii.

11. Prawdopodobieństwo warunkowe. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego.

Zadanie 1. Osiem osób, w tym Piotra i Jaśka, ustawiono losowo w szeregu. Oblicz prawdopodobieństwo, że Piotr i Jaś stoją obok siebie, jeśli wiadomo, że Jaś stoi na miejscu piątym.

Zadanie 2. Na kółku mamy, losowo rozmieszczonych, sześć ponumerowanych kluczy, z których dokładnie jeden otwiera dany zamek. Oblicz prawdopodobieństwo, że czwarty klucz otwiera ten zamek, jeśli wiadomo, że pierwszy i drugi klucz nie otworzył tego zamka.

Zadanie 3. Rzucamy trzy razy monetą. Czy zdarzenia: „wypadło więcej orłów niż reszek” oraz „w pierwszym rzucie wypadł orzeł” są niezależne?

Zadanie 4. Załóżmy, że zdarzenia A i B są takie, że $P(A) = \frac{1}{2}$ i $P(B) = \frac{2}{3}$. Czy zdarzenia te mogą być niezależne? Jeśli tak, to podać odpowiedni przykład.

Zadanie 5. Rozmieszczamy losowo trzy ponumerowane kule w czterech ponumerowanych komórkach. Przyjmując oznaczenia dla zdarzeń:

A - w pierwszej komórce będzie co najmniej jedna kula,

B - w drugiej komórce będzie co najmniej jedna kula

oblicz prawdopodobieństwo warunkowe $P(A|B)$.

Zadanie 6. Według danych statystycznych prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba jest nosicielem wirusa X , który jest jedyną przyczyną choroby Z jest równe 0,00372. Prawdopodobieństwo, że nosiciel wirusa X zachoruje na chorobę Z jest równe 0,496. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba zachoruje na chorobę Z ?

Zadanie 7. Rzucamy 7 razy dwiema monetami. Oblicz prawdopodobieństwo, że co najmniej 6 razy wyrzucimy dwie reszki.

Zadanie 8. W 12 rzutach monetą cztery razy wypadł orzeł. Oblicz prawdopodobieństwo, że orzeł wypadł w piątym rzucie tej serii rzutów.

Zadanie 9. Pogotowie ratunkowe dysponuje pewną liczbą karetek. W ciągu kilku miesięcy pracy stwierdzono, że w ciągu dobry karetki będzie na miejscu w bazie z prawdopodobieństwem 0,4 jednakowym dla każdej karetki. Oblicz, ile karetek musi mieć do dyspozycji podotowie, aby w razie wypadku, prawdopodobieństwo tego, że co najmniej jedna karetki jest na miejscu w bazie było większe od 0,9.

Zadanie 10. W turnieju „Idź na całość” Zygryd ma szansę wygrać samochód jeśli odgadnie w której z trzech bramek się on znajduje A , B czy C . Zygryd wybiera bramkę B . Wtedy prowadzący program Zygmunt mówi: „Chwileczkę. Odkryję teraz jedną z pozostałych dwóch bramek, a ty się zastanów, czy chcesz zmienić swój wybór?”, po czym odkrywa bramkę A i nie ma w niej samochodu. Zygmunt zna położenie samochodu i odkrywa zawsze bramkę, gdzie go nie ma. Jeżeli ma do wyboru bramkę, w której nie ma samochodu wybiera losowo każdą z nich z prawdopodobieństwem równym $1/2$. Czy Zygryd powinien zmienić swój wybór?