Geometria Algebraiczna, Seria 10

Zad. 1.

R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Chapter II, Exercise 5.9

Zad. 2.

R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Chapter III, Exercise 4.3

Zad. 3.

Niech X będzie schematem separowalnym, który można pokryć skończoną liczbą schematów afinicznych. Niech $f \in \Gamma(X, \mathcal{O}_X)$ i $g \in \Gamma(X_f, \mathcal{O}_X)$. Pokazać, że istnieje takie n, że $f^n g$ jest obcięciem pewnego elementu z $\Gamma(X, \mathcal{O}_X)$ do X_f.

Zad. 4.

Niech $f \in A[x_0, ..., x_n]$ będzie wielomianem jednorodnym stopnia d i niech $J \subset \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n_A}$ będzie snopem ideałów określonym przez f, tzn. na $U_i = D_+(x_i)$ mamy $J(U_i) = f_i \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n_A}(U_i) \subset A[x_0/x_i, ..., x_n/x_i]$, gdzie $f_i = f/x_i^d$. Załóżmy, że dla dowolnego $p \in \operatorname{Spec} A$ obraz f w $A/p[x_0, ..., x_n]$ jest niezerowy. Pokazać, że J jest snopem odwracalnym na $\mathbb{P}^n_A$ i jest on izomorficzny z $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^n_A}(-d)$.

Zad. 5.

Niech $Y = V_+(f_1, ..., f_r) \subset \mathbb{P}^n_k$ będzie podzbiorem domkniętym. Pokazać, że dla dowolnego snopa quasi-koherentnego $\mathcal{F}$ na $U = \mathbb{P}^n_k - Y$ mamy

$$H^m(U, \mathcal{F}) = 0$$

dla $m \geq r$.