Egzamin z Metodyki Nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa,
5 września 2016 r.

Czas trwania: 120 minut.

1. (10p.) Strzelec oddaje 500 strzałów do tarczy - koła o promieniu 10 cm. Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że co najmniej 2 razy trafi w „dziesiątkę" - tzn. w koło o promieniu 1 cm współśrodkowe z tarczą. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

2. (10p.) Z urny, zawierającej b białych kul i c czarnych kul ($b \geq 2$, $c \geq 5$), losujemy kolejno bez zwracania po jednej kuli. Niech A_i oznacza zdarzenie „kula wyciągnięta w i-tym losowaniu jest biała". Obliczyć $\mathbb{P}(A_3)$, $\mathbb{P}(A_3|A_5)$ oraz $\mathbb{P}(A_5|A_3)$.

3. (10p.) Ze zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ losujemy trójkę liczb $a < b < c$. Obliczyć wartość oczekiwaną różnicy $b - a$.

4. Po wierzchołach czworościanu $ABCD$ porusza się pionek, w każdym kroku przesuwając się do jednego z pozostałych trzech wierzchołków (każdy wybór ma prawdopodobieństwo 1/3). W chwili początkowej pionek znajduje się w punkcie A.

a) (5p.) Obliczyć średni czas oczekiwania na powrót pionka do punktu A.

b) (5p.) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przed powrotem do punktu A pionek odwiedzi punkt C co najmniej dwukrotnie?

5. (10p.) Załóżmy, że n, k są liczbami całkowitymi nieujemnymi takimi, że $k \leq n$. Wykazać tożsamości

$$\binom{n}{k} = \sum_{m=k}^{n} \binom{m-1}{k-1}, \qquad \sum_{m=k}^{n} \binom{n}{m}\binom{m}{k} = \binom{n}{k} \cdot 2^{n-k}.$$