

**Egzamin z Metodyki Nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa,  
3 września 2022 r.**

*Czas trwania: 120 minut.*

**1.** (10p.) Po wierzchołkach czworościanu  $ABCD$  porusza się pionek, w każdym ruchu przesuwając się do jednego z sąsiadujących wierzchołków (każda z możliwości ma szansę  $1/5$ ), bądź zostając w miejscu (z prawdopodobieństwem  $2/5$ ). Zakładając, że początkowo pionek znajduje się w punkcie  $A$ , obliczyć prawdopodobieństwo tego, że pionek powróci do punktu  $A$  przed dojściem do punktu  $B$ .

**2.** (10p.) Z talii 52 kart losujemy  $N$  razy ze zwracaniem po jednej karcie.

a) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że każda karta z talii zostanie wyciągnięta co najmniej raz;

b) Obliczyć wartość oczekiwaną liczby różnych kart które zostały wyciągnięte.

**3.** (10p.) Rzucono  $n$  razy prawidłową kostką. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że otrzymano łącznie parzystą liczbę trójek. Wynik proszę podać w postaci zwartego wzoru.

**4.** (10p.) Dane są dwie urny; pierwsza z nich zawiera trzy białe i trzy czarne kule, a druga - pięć białych i jedną czarną kulę. Wylosowano urnę, a następnie wyciągnięto z niej kulę, którą odłożono na bok. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że losując ponownie z wybranej urny wyciągniemy kulę białą jeżeli wiadomo, że odłożona kula była czarna.

**5.** (10p.) Na każdym polu szachownicy  $3 \times 3$  napisano losowo jedną z liczb 1, 2, ..., 6 (wybory odpowiadające różnym polom są niezależne, każda z liczb ma tę samą szansę  $1/6$  na wybranie). Dwa pola graniczące bokiem nazwiemy *zgodnymi*, jeżeli jest na nich ta sama liczba. Wyznaczyć wartość oczekiwaną i wariancję liczby par zgodnych pól.