

RP WNE 2008/2009, ćwiczenia piąte

1. Jaki warunek powinna spełniać liczba $\lambda > 0$, aby zmienna losowa o rozkładzie $\text{Pois}(\lambda)$ miała w punkcie 2 kwantyl rzędu $1/3$?

2. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem λ . Wyznaczyć rozkłady zmiennych a) $\max\{X, 1\}$, b) $5X$, c) X^{-2} . Czy te rozkłady są ciągłe?

3. Zmienna losowa X ma rozkład Cauchy'ego, tzn. rozkład z gęstością

$$g(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}.$$

a) Wyznaczyć dystrybuantę X . Dla jakiej wartości t mamy $\mathbb{P}(-1 \leq X \leq t) = 7/12$?

b) Wyznaczyć rozkład zmiennej $1/X$.

4. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością $g > 0$. Wyznaczyć rozkład zmiennej $F_X(X)$.

5. Zmienna losowa X ma rozkład normalny $\mathcal{N}(0, 1)$. Wyznaczyć rozkłady zmiennych e^X oraz X^2 . Czy te rozkłady są ciągłe?

6. Zmienna losowa X ma rozkład zadany przez

$$\mathbb{P}(X = -2) = \mathbb{P}(X = -1) = 1/5, \quad \mathbb{P}(X = 0) = 1/10, \quad \mathbb{P}(X = 3) = 1/2.$$

Wyznaczyć wartości oczekiwane zmiennych X , $X^2 + 1$ oraz $\cos(\pi X)$.

7. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością

$$g(x) = \frac{1}{2} \cos x 1_{[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]}$$

Wyznaczyć wartości oczekiwane zmiennych X , X^2 , e^X .