

RP WNE 2008/2009, zadania na drugą kartkówkę

1. W pierwszej urnie znajdują się dwie białe i dwie czarne kule, a w drugiej - jedna biała i jedna czarna kula. Losujemy kulę z pierwszej urny i, nie oglądając, przekładamy ją do drugiej urny. Następnie ciągniemy kulę z drugiej urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za drugim razem wyciągnęliśmy kulę białą?

2. Książka oddana do recenzji zawiera błąd. Edytor przekazuje książkę jednemu z dwóch recenzentów A, B. Prawdopodobieństwo, że trafi ona do osoby A wynosi $1/3$, a do osoby B - $2/3$. Recenzent A wykryje błąd z prawdopodobieństwem 99%, a recenzent B - z prawdopodobieństwem 90%. Jakie jest prawdopodobieństwo, że błąd zostanie wykryty?

3. Wśród 9 monet jest jedna z dwiema reszkami. Rzucono losowo wybraną monetą 3 razy i wypadły trzy reszki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że moneta jest fałszywa?

4. W urnie znajdują się dwie kostki: jedna prawidłowa, a druga z samymi szóstkami. Wyciągnięto losowo kostkę z urny i wykonano nią rzut. Wypadła szóstka. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kostka jest fałszywa? Jakie jest prawdopodobieństwo, że rzucając drugi raz tą kostką znowu wyrzucimy szóstkę?

5. Z odcinka $[0, 2]$ losujemy punkty $A_1, A_2, \dots, A_5, B_1, B_2, \dots, B_5$. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że dokładnie dwa spośród odcinków $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_5B_5$ ma długość większą niż $3/2$?

6. Z urny zawierającej 2 białe i 3 czarne kule losujemy ze zwracaniem 5 razy po jednej kuli. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w trzech pierwszych losowaniach wyciągnięto co najmniej jedną białą kulę, jeśli wiadomo, że w ostatnich trzech losowaniach wyciągnięto co najmniej jedną białą kulę?

7. Rzucamy kostką aż do momentu, gdy wyrzucimy dwie piątki (łącznie, niekoniecznie pod rząd). Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że rzucimy więcej niż 20 razy?

8. W urnie znajdują się 2 białe, 3 czarne i 4 zielone kule. Losujemy z urny ze zwracaniem po jednej kuli aż do momentu, gdy wyciągniemy czarną kulę. Niech X oznacza liczbę losowań. Wyznaczyć rozkład X .

9. W urnie znajdują się cztery kule, ponumerowane liczbami od 1 do 4. Losujemy ze zwracaniem 4 razy. Niech X oznacza liczbę losowań, w których wyciągnęliśmy kulę z numerem 1. Wyznaczyć rozkład X .

Odpowiedzi:

1. $1/2$; 2. $0,93$; 3. $1/2$; 4. $6/7, 37/42$; 5. $10 \cdot 15^3 / 16^5$; 6. $1009/1225$; 7. $5^{21}/6^{20}$. Odpowiedzi do zadań 8 i 9 nie umieszczam, bo w zasadzie mogą one uchodzić za rozwiązanie.