

## RP WNE 2019/2020 IV seria zadań

Z uwagi na dni wolne od zajęć, seria ta przeznaczona jest dla grup mających zajęcia we środę, 30 października

1. Rzucono dwa razy kostką i przez  $X$  oznaczono sumę wyrzuconych liczb oczek. Obliczyć  $\mathbb{P}(X \leq 3)$ ,  $\mathbb{P}(X = 7)$ ,  $\mathbb{P}(X > 10, 25)$  oraz  $\mathbb{P}(X \leq 1)$ .

2. Rzucono raz kostką i przez  $X$  oznaczono liczbę wyrzuconych oczek. Udowodnić, że zmienne  $X$  oraz  $7 - X$  mają ten sam rozkład.

3. Rozważmy nieskończony ciąg prób Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu  $p$ . Dla ustalonej dodatniej liczby całkowitej  $k$ , niech  $X$  będzie numerem próby, w której nastąpił  $k$ -ty sukces. Wyznaczyć rozkład  $X$ .

4. W urnie znajduje się 10 kul, ponumerowanych liczbami od 1 do 10. Losujemy ze zwracaniem 20 kul. Niech  $X$  oznacza najmniejszy numer, który został wyciągnięty. Wyznaczyć rozkład zmiennej  $X$  oraz rozkład zmiennej  $X^2$ .

5. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład jednostajny na przedziale  $[0, 2]$ . Obliczyć  $\mathbb{P}(X \in [1, 3])$  i wyznaczyć funkcję gęstości.

6. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład wykładniczy z parametrem 3.

a) Obliczyć  $\mathbb{P}(X \in [3, 4])$ .

b) Wyznaczyć rozkład zmiennej  $[X]$  ( $[x]$  oznacza część całkowitą liczby  $x$ ).

7. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład z gęstością

$$g(x) = Cx^{-2}1_{[2, \infty)}(x).$$

a) Wyznaczyć  $C$ .

b) Wyznaczyć  $\mathbb{P}(X \in [1, 12])$ .

8. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład wykładniczy z parametrem  $\lambda > 0$ , natomiast  $t, h > 0$ . Obliczyć  $\mathbb{P}(X > t + h | X > h)$  i wynik porównać z  $\mathbb{P}(X > t)$ .

### Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

Teoria (jaką trzeba znać po czwartym wykładzie a przed tymi ćwiczeniami):

1. Co to jest zmienna losowa? Co to jest rozkład zmiennej losowej?

2. Podać definicję rozkładu geometrycznego.

Zadania (jakie trzeba umieć rozwiązać po tych ćwiczeniach):

3. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład Poissona z parametrem 2. Obliczyć  $\mathbb{P}(X = 3)$  oraz  $\mathbb{P}(X \leq 2)$ .

4. Rzucono kostką i przez  $X$  oznaczono liczbę wyrzuconych oczek. Wyznaczyć rozkład zmiennej  $Y = \min(X, 3)$ .

5. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład jednostajny na odcinku  $[-5, 8]$ . Obliczyć  $\mathbb{P}(X = -1)$  oraz  $\mathbb{P}(X \leq 5)$ .

6. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład z gęstością

$$g(x) = Cx^{-3}1_{[1, 5]}(x) = \begin{cases} Cx^{-3} & \text{dla } 1 \leq x \leq 5, \\ 0 & \text{dla pozostałych } x. \end{cases}$$

Obliczyć  $C$  oraz  $\mathbb{P}\left(\frac{1}{X} \in \left[\frac{1}{2}, 3\right]\right)$ .

7. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład geometryczny z parametrem  $p$ . Obliczyć  $\mathbb{P}(X > k + l | X > k)$  dla ustalonych liczb naturalnych  $k, l > 0$  i wynik porównać z  $\mathbb{P}(X > l)$ .