

Stefan Jackowski (Warszawa)

Samuel Eilenberg – wielki matematyk z Warszawy

Przypomnimy postać Samuela Eilenberga¹, znakomitego wychowanka międzywojennej warszawskiej szkoły matematycznej, po II wojnie światowej nieco zapomnianego w rodzinnym mieście. Wyjechał z Polski w 1939 roku jako dojrzały uczonek o uznanym dorobku – autor wielu artykułów naukowych. Tak przybycie Eilenberga do USA wspomina jego późniejszy współpracownik Saunders MacLane w artykule [13] w tomie wydanym z okazji siedemdziesięciolecia urodzin Eilenberga:

Topology była w ruchu. W tym ruchu 25 kwietnia 1939 roku był datą znaczącą; tego dnia przybył do USA Sammy [Eilenberg]. Jeszcze nie we własnej osobie (to nastąpiło dwa dni później...), ale tego właśnie dnia przesłał swoją pracę do *Annals of Mathematics*. Praca ta, *Cohomology and Continuous mappings*, była naturalną kontynuacją wcześniejszego dzieła Eilenberga [E22], gdzie po raz pierwszy użył on kołańców o współczynnikach w grupie homotopii.

Dziedziny matematyki teoria kategorii i algebra homologiczna stworzone przez Eilenberga – we współpracy z Saundersem MacLane'em oraz Henri Cartanem – obecnie stanowią osobny dział osiemnasty w *AMS Mathematical Subject Classification*, powiązany z wieloma innymi działami tej klasyfikacji. Wprowadzenie kategoryjnego punktu widzenia oraz aksjomatyzacja teorii homologii (wspólnie z N. Steenrodem) wpłynęły na kierunek rozwoju w ogromnych obszarach matematyki. Idee wprowadzone przez Eilenberga i jego współpracowników legły u podstaw osiągnięć wielu laureatów medalu Fieldsa, m.in. Alexandra

¹ Eilenberg urodził się 30 września 1913 roku w Warszawie, zmarł 30 stycznia 1998 roku w Nowym Jorku.

Grothendiecka, Daniela Quillena i Vladimira Voevodsky'ego. Działająca w Moskwie grupa *Homological Algebra Fan Club* (ros. *krużok łubitelej gomologičeskoj algebry*) skupiała znakomitych matematyków, w tym laureatów medalu Fieldsa Vladimira Drinfelda i Maxima Kontsevicha.

Znaczenie dzieła Eilenberga i jego współpracowników tak scharakteryzował jego uczeń Alex Heller [1]:

[...] the author of a revolution in mathematics as notable as that initiated by Cantor's invention of set theory. Like Cantor, Sammy has changed the way we think about mathematics.

W tym artykule koncentrujemy się na warszawskich latach Eilenberga – zauważamy, że kiełki wielu fundamentalnych wątków jego twórczości można znaleźć w pracach z okresu warszawskiego. Spis przedwojennych publikacji Eilenberga stanowi dodatek do artykułu.

Dokonania Eilenberga po wyjeździe z Polski zostały obszernie omówione w artykule J. Petera Maya [14], opublikowanym w tomie *Wiadomości Matematycznych*, wydanym z okazji 6. Europejskiego Kongresu Matematyki w Krakowie w 2012 roku, a także w kilku innych publikacjach wymienionych w bibliografii.

1. Lata młodości

Samuel Eilenberg urodził się 30 września 1913 roku w Warszawie, w zamożnej rodzinie żydowskiej z ojca Hersza-Majera Eilenberga i matki Cywii z domu Zylber. Był jedynakiem. Do rodziny matki należał browar w Lublinie,



Zdjęcie maturalne z 1930 roku
(źródło: Archiwum Uniwersytetu Warszawskiego)

produkujący m.in. piwo „Perła” sprzedawane do dziś pod tą marką. Eilenbergowie mieszkali przy ul. Twardej, na rogu ul. Mariańskiej, niedaleko Placu Grzybowskiego. Samuel uczęszczał do Gimnazjum Ascola, znajdującego się tuż obok synagogi na Tłomackiem, nieortodoksyjnej szkoły znanej z wysokiego poziomu, w której językiem nauczania był polski, a hebrajskiego nauczano jako języka nowożytnego. Tamże uzyskał maturę w 1930 roku. W sierpniu tegoż roku złożył podanie o przyjęcie na studia na Politechnice Warszawskiej, ale po miesiącu przeniósł dokumenty na Uniwersytet Warszawski i w roku akademickim 1930/1931 rozpoczął studia matematyczne na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym UW.

2. Nauczyciele Eilenberga

Eilenberg był niewątpliwie wyróżniającym się studentem, a jego talent matematyczny został natychmiast dostrzeżony przez prowadzących zajęcia. Jednym z nich był młody magister Karol Borsuk². W ogromnie interesującym wspomnieniu o Karolu Borsuku [5], Eilenberg tak pisze o ich pierwszym spotkaniu.

Karol Borsuk was an assistant conducting exercises in real analysis (wykładał Samuel Dickstein – przyp. S. J.). I was a member of a class which was huge but he soon started to notice me and we got involved in several conversations. In the spring of 1931 he received his doctorate³ and I attended the ceremony.

Przypuszczam, że to właśnie Borsuk zainteresował Eilenberga topologią – kontakty naukowe zainicjowane na pierwszym roku studiów Borsuk i Eilenberg kontynuowali do wyjazdu Eilenberga z Polski w 1939 roku. Eilenberg był nie tylko wybitnie zdolnym, ale także pracowitym i systematycznym studentem. W semestrze letnim na pierwszym roku Eilenberg uczęszczał na, z pewnością dla niego nieobowiązkowy, wykład z teorii mnogości prowadzony przez docenta Bronisława Knastera⁴, i tak to wspominał (patrz artykuł [5]):

I attended a course on set theory given by Docent Bronisław Knaster. There were two other students in the course, however, I was the only one who did all the homework.

² Borsuk urodził się 8 maja 1905 roku w Warszawie i zmarł 24 stycznia 1982 roku również w Warszawie.

³ Rozprawa nosiła tytuł *O retraktach i zbiorach związanych*, a jej promotorem był Stefan Mazurkiewicz – przyp. S. J.

⁴ Knaster urodził się 22 maja 1893 roku w Warszawie, a zmarł 3 lutego 1980 roku we Wrocławiu.

Te prace domowe spisywał w założonym wówczas kajecie, który prowadził niemal do wyjazdu z Polski.⁵ Rozwiązania zadań oddawał Knasterowi, który opatrywał je zarówno szczegółowymi uwagami, jak też ogólnymi komentarzami, wskazującymi na to, że w studencie pierwszego roku dostrzegał zadatki na wybitnego matematyka. Przytoczmy jeden z nich, zapisany 5 lutego 1931 roku na marginesie zadania o zbiorach uporządkowanych – tak pisał docent Knaster do studenta Eilenberga:

Proszę wejść na uniwersytecki poziom ścisłości naukowej. Czy potrafi Pan podać np. jakikolwiek nietrywialny warunek konieczny i dostateczny na to, aby $\alpha = \alpha^*$? Nietrywialny, to znaczy nie będący prostym, czysto logicznym przekształceniem definicji lub samej tezy (takim jak np. kontrapozycja, podwójne zaprzeczenie etc.). Spodziewam się po Panu samodzielnego myślenia i radzę przyzwyczać się do niego zawczasu. 5.II.31 /-/ podpis.

Trzecim znakomitym topologiem, który wywarł wielki wpływ na Eilenberga był Witold Hurewicz⁶, który po maturze w Łodzi wyjechał wraz z rodzicami do Wiednia, gdzie skończył studia matematyczne i uzyskał doktorat. Po doktoracie został asystentem L. E. J. Brouwera w Amsterdamie. Utrzymywał ścisłe kontakty ze szkołą warszawską, co tak wspomina Eilenberg w artykule [6]:

I first met Hurewicz when I was a student at the University of Warsaw. It was around 1932–1933. To me he was an idol, a Jew from Poland who became a prominent world mathematician in a field I was in love with: an ideal to admire and follow. Hurewicz was then in Holland and came to Warsaw almost once a year. We talked about mathematics, and discussed what I was doing. He was supportive and helpful. Once when I proved something good, I wrote to him and received a very congratulatory reply.

W *Wykazie wykładów i ćwiczeń*, odpowiedniku indeksu, znajdujemy nazwiska niemal wszystkich znakomych przedstawicieli warszawskiej matematyki, a także kilku logików i fizyków. Egzamin magisterski Eilenberg zdał 20 marca 1934 roku – wśród bardzo dobrych ocen końcowych zwraca uwagę ocena dostateczna z geometrii analitycznej. Po wielu latach Eilenberg wysoko oceniał wykształcenie i opiekę otrzymaną na UW. Peter Freyd w artykule [1] wspominał:

[Eilenberg] felt that he had been well nurtured by the Polish community of mathematicians.

⁵ Kajet, w postaci luźnych kartek i okładki, znajduje się w archiwum *Columbia University* w Nowym Jorku.

⁶ Hurewicz urodził się 29 czerwca 1904 roku w Łodzi i zmarł 6 września 1956 roku w Uxmal w Meksyku.

Podczas studiów Eilenberg zajmował się nie tylko nauką i badaniami. Uprawiał sport, trenując w Sekcji Pływackiej Żydowskiego Akademickiego Związku Sportowego. Dzięki opiece Knastera, która z czasem przedzierzgnęła się w przyjaźń trwającą do końca życia Knastera, Eilenberg znalazł się w kręgu warszawskiej bohemy, utrzymywał kontakty ze środowiskiem Teatru Żydowskiego.

3. Pierwsze badania

Pierwszą pracę naukową [E51] Eilenberg opublikował w 1933 roku. Dotyczyła ona pewnego problemu z zakresu teorii funkcji rzeczywistych. Jednak już praca magisterska *O przekształceniach perijodycznych powierzchni kuli*, opublikowana następnie w *Fundamenta Mathematicae* [E50] wskazywała na jego zainteresowania związkami algebry i topologii. Praca zawierała uzupełnienie luk w dowodzie twierdzenia von Kerékjártó z 1919 roku orzekającego, iż dowolny perijodyczny homeomorfizm sfery dwuwymiarowej jest sprzężony z izometrią euklidesową. Eilenberg tak wspomina w artykule [5] początki zainteresowań topologią algebraiczną:

With time Borsuk learned about Algebraic Topology (mostly Vietoris cycles) and as he learned so did I. He went to Zürich, Innsbruck and Vienna in 1932 and when he came back I eagerly learned about what was happening on the "other side". [...] Since Borsuk was only a Docent, Kuratowski became my official sponsor with Borsuk, my de facto teacher. Maps of spaces into spheres were at that time a major topic in Borsuk's work. I picked this up and made maps into circle the topic of my dissertation.

W 1936 roku Eilenberg obronił pracę doktorską *O zastosowaniach topologicznych odwzorowań na okrąg koła*. Wyniki rozprawy (a być może rozprawa *in extenso* – archiwum rozpraw doktorskich UW spłonęło podczas II wojny światowej) zostały opublikowane w języku polskim w *Wiadomościach Matematycznych* [E32]. W pierwszym zdaniu autor wyłożył cele rozprawy, które wyznaczały także kierunek jego późniejszych badań.

Należy wyjaśnić, że wówczas pojęcie homotopii i związane z nim struktury algebraiczne były zaliczane do topologii mnogościowej, w odróżnieniu od pojęć kombinatorycznych, związanych z wielościanami i grupami Bettiego. Omówimy krótko pewne wyniki rozprawy doktorskiej, bo pojawiają się w niej po raz pierwszy pewne wątki występujące w dużo późniejszych pracach. Aby sformułować twierdzenia udowodnione w rozprawie doktorskiej Eilenberga w bardziej współczesnym języku przypomnimy wprowadzone w 1934 roku

SAMUEL EILENBERG.

O zastosowaniach topologicznych odwzorowań na okrąg koła.

§ 1. Definicje i oznaczenia.

Praca niniejsza ma na celu wykazać, że badanie przekształceń ciągłych zbiorów na okrąg koła pozwala na proste i jednolite ujęcie w ramach topologii teorio-mnogościowej znacznej części tych zjawisk, które wiążą się z kombinatorycznym pojęciem jednowymiarowej liczby Betti'ego. W szczególności metoda, którą się posługuję, pozwala w prosty sposób dowieść wielu twierdzeń, dowodzonych dotychczas przy pomocy metod specjalnych w sposób wysoce skomplikowany, przy czym twierdzenia te okazują się zazwyczaj znacznie ogólniejsze od znanych dawniej. Poza temi uproszczeniami i uogólnieniami twierdzeń znanych dowodzę w pracy niniejszej kilku twierdzeń całkowicie nowych, jak np. tw. 13, dotyczącego t. zw. odwzorowań wewnętrznych, i tw. 19, rozwiązującego w sensie pozytywnym zagadnienie postawione przez prof. K. Kuratowskiego¹⁾.

Pierwsza strona artykułu [E32]

pojęcie grupy Bruschlinsky'ego (patrz artykuł [2]), występujące *explicite* w innych pracach Eilenberga, które było jednak zapewne jednym ze źródeł motywacji już w pracy doktorskiej.

Definicja 3.1. Dla dowolnej przestrzeni topologicznej X grupą Bruschlinsky'ego $\mathfrak{B}_1(X)$ nazywamy zbiór klas homotopii jej odwzorowań w okrąg $[X, S^1]$ wyposażony w mnożenie wyznaczone przez mnożenie liczb zespolonych oraz oznaczamy symbolem $b_1(X) := \text{rank } \mathfrak{B}_1(X)$.

Zauważmy, że odwzorowanie ciągle $f: X \rightarrow Y$ definiuje poprzez składanie homomorfizm $f^*: \mathfrak{B}_1(Y) \rightarrow \mathfrak{B}_1(X)$. W dzisiejszej kategorii terminologii, wprowadzonej przez Eilenberga i MacLane'a w artykule [8] w 1945 roku, konstrukcja ta określa funktor \mathfrak{B}_1 z kategorii przestrzeni topologicznych do kategorii grup abelowych. Odnotujmy ponadto, że we współczesnym języku twierdzenie Bruschlinsky'ego (patrz artykuł [2]) można sformułować następująco: dla szerokiej klasy przestrzeni grupa $\mathfrak{B}_1(X)$ jest izomorficzna z grupą kohomologii singularnych o współczynnikach całkowitych $H^1(X; \mathbb{Z})$.

Twierdzenie 3.1 (Eilenberg [E44, E32]). *Niech X, Y będą przestrzeniami spójnymi oraz Y będzie przestrzenią zwartą lub lokalnie spójną.*

1° *Rzutowania na czynniki definiują izomorfizm*

$$\mathfrak{B}_1(X) \oplus \mathfrak{B}_1(Y) \rightarrow \mathfrak{B}_1(X \times Y).$$

2° *Dla rozkładu przestrzeni $X = X_1 \cup X_2$ na sumę dwóch podzbiorów otwartych lub dwóch takich podzbiorów domkniętych, że przecięcie $X_1 \cap X_2$ jest puste lub spójne, następujący ciąg grup i homomorfizmów jest dokładny:*

$$0 \rightarrow \mathfrak{B}_1(X) \rightarrow \mathfrak{B}_1(X_1) \oplus \mathfrak{B}_1(X_2) \rightarrow \mathfrak{B}_1(X_1 \cap X_2).$$

3° *Jeżeli $X = \bigcup_{i=1}^{+\infty} X_i$, gdzie $X_i \subset X_{i+1}$, a topologia X jest słaba ze względu na*

podzbiory X_i , wtedy homomorfizm obcięcia $\text{res}: \mathfrak{B}_1(X) \rightarrow \prod_{i=1}^{+\infty} \mathfrak{B}_1(X_i)$ jest monomorfizmem.

Zauważmy, że wszystkie trzy punkty twierdzenia Eilenberga okazały się bardzo szczególnymi przypadkami fundamentalnych twierdzeń topologii algebraicznej, dowiedzonych wiele lat później. Punkt 1° to forpoczta twierdzenia Eilenberga–Zilbera o (ko)homologiach produktów kartezjańskich, punkt 2° to kilka wyrazów długiego ciągu dokładnego Mayera–Vietorisa dla kohomologii (znanego dla grup Bettiego i nazywanego w latach trzydziestych ciągiem Mayera–Vietorisa–Čecha), punkt 3° natomiast zyskał rozwinięcie w postaci tzw. lematu Milnora o (ko)homologiach filtrowanych przestrzeni (patrz praca [15]). Dowód twierdzenia opiera się na wnikliwej analizie nakrycia uniwersalnego okręgu prostą rzeczywistą $\mathbb{R} \rightarrow S^1$. Z twierdzenia 3.1 Eilenberg wyprowadził wiele znanych i nieznanych wówczas twierdzeń o jedno- i wielosprzęgłości kontinuuów, które to pojęcia były w tym okresie intensywnie badane przez warszawskich topologów. Eilenberg zastosował także grupę Bruschlinsky’ego do dowodu twierdzeń o rozcinaniu płaszczyzny. Za tym podejściem podąża K. Kuratowski w rozdziale *Rozcinanie płaszczyzny* klasycznego podręcznika [12].

Przestrzenie jedno- i wielosprzęgłe były przedmiotem wielu prac Eilenberga. Przypomnimy więc definicje. Pierwsza z nich to klasyczna, geometryczna – nie odwołująca się do pojęć algebraicznych, ale za to trudna w badaniu.

Definicja 3.2. Jeśli X jest kontinuum (czyli zwartą, spójną przestrzenią metryzowalną) to $r(X) + 1$ jest supremum liczby kompozant (dla przestrzeni lokalnie łukowo spójnych, po prostu składowych spójnych) przecięcia $X_1 \cap X_2$, gdzie $X = X_1 \cup X_2$ jest rozkładem na sumę dwóch kontinuuów. Przestrzeń X nazywa się *jednosprzęgłą*, jeśli dla każdego takiego rozkładu $X_1 \cap X_2$ jest spójna, czyli $r(X) = 0$.

Eilenberg wprowadził inną definicję ogólniejszego niezmiennika, wyrażoną w terminach grupy Bruschińskiego, która pozwoliła mu podać prostsze dowody znanych faktów i udowodnić nowe twierdzenia.

Definicja 3.3 (Eilenberg [E35]). Dla dowolnej przestrzeni X , liczby naturalnej k i rozkładu przestrzeni X na k spójnych podzbiorów domkniętych $X = \bigcup_{i=1}^k X_i$ definiujemy:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_k) := \ker \left\{ \text{res}: \mathfrak{B}_1(X) \rightarrow \prod_{i=1}^k \mathfrak{B}_1(X_i) \right\}$$

oraz $r_k(X) := \sup p(X_1, X_2, \dots, X_k)$, gdzie supremum jest brane po zbiorze wszystkich rozkładów X na k podzbiorów domkniętych, a $p(X_1, X_2, \dots, X_k) := \text{rank } P(X_1, X_2, \dots, X_k)$.

Zauważmy, że dla lokalnie spójnego kontinuum $r(X) = r_2(X)$. W serii prac w latach 1936–1937 Eilenberg badał zachowanie niezmienników $r_k(X)$ ze względu na iloczyn kartezyjski, specjalne klasy przekształceń ciągłych oraz związki z kategorią Lusternika–Schnirelmana.

Warto odnotować, że pojęcie *sympleksu zdegenerowanego* w kompleksie symplecjajnym (a więc takiego, w którym wierzchołki się powtarzają) pojawiło się w jednej z bardzo wczesnych prac Eilenberga o homologiach rozmaitości [E40]. Kilkanaście lat później ta koncepcja znalazła abstrakcyjne wcielenie w postaci zbiorów symplecjajnych (nazywanych wtedy *complete semi-simplicial complexes*), fundamentalnego pojęcia we współczesnej topologii, wprowadzonego przez Eilenberga i Zilbera (patrz praca [10]).

4. Po doktoracie

Rok 1936 obfitował w wydarzenia bardzo ważne dla młodego, dwudziestotrzyletniego Eilenberga. Obronił doktorat, wyjechał na Międzynarodowy Kongres Matematyków w Oslo, gdzie w sekcji *Geometria i Topologia* wygłosił referat o wielosprzęgłości.⁷ Odwiedził Lwów, gdzie spotkał Stefana Banacha i wpisał kilka problemów oraz rozwiązań do Księgi Szkołkiej.

Rozpoczął się też kolejny rozdział jego badań – a także współpracy z Karolem Borsukiem. W 1993 roku Eilenberg wspominał (patrz artykuł [5]):

The period 1936–1939 was a period in which both Borsuk and myself tried intensively to algebraize ourselves and each other. [...] Borsuk was constantly by my side as friendly advisor and father confessor.

⁷ Podczas ICM w Edynburgu w 1958 roku Eilenberg wygłosił wykład plenarny *Applications of Homological Algebra in Topology*.

Potwierdzenie rosnącego zainteresowania algebrą i jej powiązań z topologią znajdujemy w pracach Eilenberga poświęconych czysto algebraicznej interpretacji zdefiniowanych wyżej niezmienników wielosprzęgłości.

Definicja 4.1 (Eilenberg [E28]). Dla dowolnej grupy G definiujemy liczbę całkowitą $\tau(G)$ jako największą taką liczbę naturalną n , że istnieje epimorfizm $G \rightarrow F_n$, gdzie F_n oznacza grupę wolną o n generatorach. Jeśli grupa nie posiada epimorfizmu na grupę wolną, to $\tau(G) = 0$.

Twierdzenie 4.1 (Eilenberg [E28]). *Niech G, G_1, G_2 będą dowolnymi grupami. Wówczas*

- 1° *dowolny epimorfizm $G \rightarrow F_n$ posiada przekrój,*
- 2° $\tau(G_1 \times G_2) = \max(\tau(G_1), \tau(G_2))$,
- 3° *dla produktu wolnego grup zachodzi równość $\tau(G_1 * G_2) = \tau(G_1) + \tau(G_2)$,*
- 4° $\tau(G) \leq \text{rank } G_{ab}$, *gdzie G_{ab} oznacza abelianizację grupy G ,*
- 5° *dla dowolnego kontinuum P zachodzi równość $r(P) = \tau(\pi_1(P))$, gdzie $\pi_1(P)$ oznacza grupę podstawową, a liczba $r(P)$ określona jest w definicjach 3.2 oraz 3.3.*

Efektom współpracy Borsuka i Eilenberga stała się jedyna ich wspólna praca poświęcona interpretacji w terminach grupy Bruschińskiego nowego wówczas twierdzenia o dwoistości J. W. Alexandera.

Twierdzenie 4.2 (Borsuk, Eilenberg [E38]). *Niech B^r oznacza r -tą grupę Bettięgo. Dla dowolnego zwartego podzbioru n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej $K \subset \mathbb{R}^n$ zachodzą izomorfizmy:*

$$\mathfrak{B}_1(\mathbb{R}^n - K) \approx B^{n-2}(K), \quad \mathfrak{B}_1(K) \approx B^{n-2}(\mathbb{R}^n - K).$$

Grupy Bettięgo występujące w twierdzeniu to we współczesnej terminologii grupy (ciągłych) singularnych homologii przestrzeni. Borsuk i Eilenberg zdefiniowali geometrycznie izomorfizmy występujące w twierdzeniu, nie odwołując się do prac Alexandera. Szczególnym przedmiotem zainteresowania autorów były własności dopełnień solenoidów, przestrzeni wprowadzonych w tym samym okresie przez Vietorisa i Dantziga. Przypomnijmy, że solenoidem (2-adycznym) nazywa się przestrzeń będącą granicą odwrotną ciągu odwzorowań okręgu $S^1 \leftarrow S^1 \leftarrow S^1 \leftarrow \dots$, w którym każde odwzorowanie dane jest wzorem $f(z) = z^2$. Solenoid może być zanurzony w przestrzeń euklidesową \mathbb{R}^3 jako przecięcie zstępującego ciągu pełnych torusów, przy czym kolejny jest dwukrotnie nawinięty wewnątrz poprzedniego.

Borsuk i Eilenberg wykazali, że $\mathfrak{B}_1(\Sigma) \neq 0$ dla solenoidu $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$, podczas gdy $\mathfrak{B}_1(\mathbb{R}^3 \setminus \Sigma) = 0$. Eilenberg tak opisał ten wynik w artykule [5]:

In 1936 Borsuk and I published a joint paper [...]. The main problem concerning us was the following: given a solenoid $\Sigma \subset S^3$ how big is the set S of homotopy classes of maps $S^3 \setminus \Sigma \rightarrow S^2$. Our algebraic equipment was so poor that we couldn't tackle the problem in full generality even though all the tools were in our paper.

Zapewne zainteresowanie przekształceniami $S^3 \setminus \Sigma \rightarrow S^2$ było związane z dostrzeżeniem przez Heinza Hopfa w 1931 roku, iż odwzorowanie sfer $p: S^3 \rightarrow S^2 := \mathbb{C} \cup \infty$ dane wzorem $p(z_1, z_2) := \frac{z_1}{z_2}$, zwane dziś odwzorowaniem Hopfa, nie jest homotopijne z odwzorowaniem stałym i generuje grupę homotopii $\pi_3(S^2) := [S^3, S^2] \approx \mathbb{Z}$. Wagę odkrycia Hopfa dla rozwoju topologii Eilenberg eksponował wygłaszając w swojej *Alma Mater* wykład im. Wacława Sierpińskiego w 1991 roku.

Badanie zbioru klas homotopii przekształceń $[S^3 \setminus \Sigma, S^2]$ doprowadziło Eilenberga do stworzenia *teorii przeszkód*, czyli jednej z podstawowych technik analizy zagadnień rozszerzania przekształceń stosowanych we współczesnej topologii algebraicznej. Konstrukcja przeszkód do rozszerzania przekształceń i homotopii między nimi była tematem ostatniego referatu wygłoszonego przez Eilenberga na seminarium topologicznym w Warszawie przed opuszczeniem kraju. Eilenberg wspominał w artykule [5]:

In 1938, using the newly developed "obstruction theory", I established that the set in question is equipotent to the appropriately defined homology group. This was done in Warsaw before my departure to America, in spring 1938.

Dopiero w USA, po wysłuchaniu wykładu MacLane'a o rozszerzeniach grup, stało się możliwe wykazanie, że istnieje naturalna bijekcja pomiędzy zbiorem $[S^3 \setminus \Sigma, S^2]$ i zbiorem 2-adycznych liczb całkowitych.

Po wyjeździe z Polski drogi matematyczne Eilenberga i Borsuka niestety się rozeszły. Profesor Borsuk nie krył niechęci do metod algebraicznych w topologii. Nie cenił kategoryjnego punktu widzenia w matematyce oraz teorii kategorii rozwijanej i propagowanej w latach sześćdziesiątych przez Eilenberga. Świetnie współgrają tu wspomnienia P. Freyda z rozmów z Eilenbergiem o stosunku polskich matematyków do teorii kategorii ze wspomnieniami J. Dydaka, ucznia K. Borsuka (patrz artykuł [3]):

My own PhD thesis written under Borsuk in 1975 makes extensive use of category theory and I was asked by him to cut that stuff out. Only after I assured him that I spent many months trying to avoid abstract concepts, he relinquished and the thesis was unchanged.

5. Bibliometria przedwojennych prac Eilenberga

Lata 1933–1939 były najintensywniejszym okresem działalności publikacyjnej Eilenberga. Ogłosił trzydzieści pięć artykułów, z tego większość – dwadzieścia sześć – w *Fundamenta Mathematicae*. Według *Zentralblatt für Mathematik* do dziś jest piątym autorem pod względem liczby artykułów ogłoszonych w tym czasopiśmie. Wyprzedzają go tylko: Sierpiński, Kuratowski, Borsuk i Shelah. Zauważmy, że jako jedyny z tej wielkiej piątki nie został nigdy redaktorem *Fundamenta*, choć z pewnością jego dorobek miał podstawowy charakter.

Analiza cytowań w artykułach Eilenberga pokazuje, że był świetnie zorientowany w aktualnych badaniach topologicznych w świecie, a zarazem bardzo mocno związany ze szkołą warszawską. W analizie cytowań znajduje pełne potwierdzenie jego bliska współpraca z Borsukiem – biorąc pod uwagę, że cytowania Kuratowskiego dotyczą głównie jego monografii *Topologie*, Borsuk jest absolutnym liderem wśród cytowanych autorów. Ogólna liczba powołań w artykułach ogłoszonych w *Fundamenta* wynosiła 235 cytowań obcych oraz trzydzieści autocytowań. Wśród cytowanych autorów znajdujemy najznakomitszych topologów tamtego okresu.

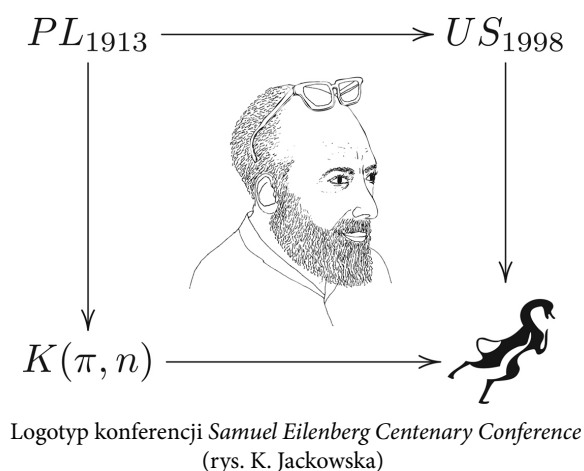
Autorzy cytowani co najmniej pięć razy
w artykułach Eilenberga w *Fundamenta Mathematicae*

Autor	Liczba cytowań
Karol Borsuk	45
Kazimierz Kuratowski	44
Witold Hurewicz	26
Pavel S. Alexandrov	16
Heinz Hopf	13
Lew S. Pontrjagin	11
Leopold Vietoris	9
Hans Freudenthal	8
H. Seifert – W. Threlfall	6
Solomon Lefschetz	5

Przedwojenne prace Eilenberga uległy pewnemu zapomnieniu, chyba z kilku powodów. Były pisane głównie po francusku, co nie sprzyjało odwoływaniu się do nich w późniejszych pracach publikowanych po angielsku. W okresie powojennym, a szczególnie po opublikowaniu książki Eilenberga i Steenroda [9] zasadniczej zmianie uległa notacja grup homologii i kohomologii. Ponadto *Mathematical Reviews* obejmuje prace ogłoszone od 1940 roku, a lista ta jest dosta-

tecznie imponująca. Zdradzę tajemnicę, że znakomity topolog J. Peter May, przystępując do pisania artykułu [14], nie znał przedwojennych prac i przypuszczał, że Eilenberg rozpoczął działalność publikacyjną dopiero po przyjeździe do USA.

Fundamenta pozostały chyba bliskie sercu Eilenberga. W roku 1962 opublikował w tym piśmie wspólną pracę z K. Kuratowskim, stanowiącą odpowiedź na pytanie dotyczące homologii dowolnych przestrzeni i ich uzwarceń postawione przez Kuratowskiego. Styl pracy wydrukowanej w *Fundamenta* wskazuje, że wyszła spod pióra, czy raczej maszyny do pisania Eilenberga. Wstępna wersja, którą znalazłem w archiwum Kuratowskiego w Archiwum PAN, zredagowana zapewne przez Kuratowskiego, jest bardzo odmienna w stylu. Także swą ostatnią pracą badawczą [4], której współautorem jest Eldon Dyer, Eilenberg ogłosił w *Fundamenta*. Jest ona poświęcona nowemu podejściu do klasycznego twierdzenia Hurewicza orzekającego, że przekształcenie ciągle (o wartościach w przestrzeni parazwartej) jest rozwłóknieniem wtedy i tylko wtedy, gdy jest rozwłóknieniem lokalnie. W pewnym sensie koło się zamknęło. *Notabene* w tej pracy pozostały pewne luki, które były przedmiotem jednego z referatów podczas konferencji *Samuel Eilenberg Centenary Conference* zorganizowanej w Warszawie w lipcu 2013 roku, z okazji stulecia urodzin Eilenberga.





6. Podróże i wyjazd z Polski

Wydaje się, że Eilenberg – co najmniej od chwili otrzymania doktoratu – planował podróże naukowe po Europie i do USA. Wyjazd na ICM do Oslo w 1936 roku odegrał ważną rolę w krystalizacji tych planów. Eilenberg wspomina w pracy [6]:

We all three [E., Hurewicz, Lefschetz] met in Oslo on the occasion of the ICM 1936. At that time my future was discussed, and it was agreed that I should visit Western Europe first (Paris, Zurich, Oxford and Cambridge) before moving to America. In the fall of 1936 I started implementing this plan and went to Paris for a six-month stay. I was helped in various ways by Professor Waław Sierpiński. At the time Hurewicz was already in America. With tensions in Europe and in Poland mounting by the day I carried out the plan speedily and in 1937 and 1938 had two long stays in England.

Po kilkumiesięcznych pobytach we Francji i w Anglii wracał do Warszawy, gdzie w szczególności spędzał okresy wakacyjne. Nie zachowały się niestety materiały pozwalające ustalić, z kim matematycznie kontaktował się Eilenberg podczas tych podróży. W Wielkiej Brytanii najprawdopodobniej odwiedzał J. H. C. Whiteheada, do którego wstąpił, podróżując w kwietniu 1939 roku do USA. Eilenberg wypłynął z Gdyni statkiem do Wielkiej Brytanii 12 kwietnia 1939 roku, zabierając całe swoje matematyczne archiwum. Wspominał, że spośród zegnających się z nim matematyków, Samuel Dickstein był tym, który miał przekonanie, że zbliża się wielka tragedia i jest to z pewnością ich ostatnie spotkanie.

REGISTRATION CERTIFICATE No. <u>648,514.</u>	Nationality <u>Polish</u>
ISSUED AT <u>Cambridge Borough</u>	Born on <u>30.9.1913</u> in <u>Warsaw, Poland</u>
ON <u>24.1.38.</u>	Previous Nationality (if any) _____
NAME (Surname first in Roman Capitals) <u>EILENBERG Samuel</u>	Profession or Occupation { <u>Research Student - Mathematics.</u>
ALIAS _____	Single or Married <u>Single</u>
Left Thumb Print (if unable to sign name in English Characters)	Address of Residence { <u>23, Earl Street - Cambridge.</u>
	Arrival in United Kingdom on <u>4.11.37</u>
	Address of Last Residence outside U.K. <u>Warsaw, Szarada 11/4.</u>
Signature of Holder } <u>[Signature]</u>	Government Service _____
	Passport or other papers as to Nationality and Identity. <u>Polish passport issued Warsaw 14.10.37 No. B.11-7049.</u>

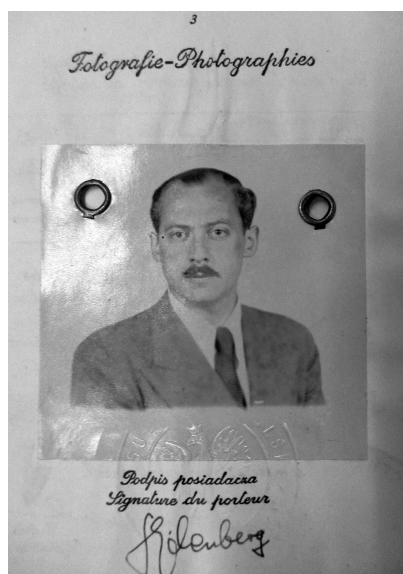
Brytyjski dokument osobisty wydany w 1938 roku
(źródło: University Archives, Columbia University in the City of New York)

Wyjazd do USA został zapewne przyspieszony przez Witolda Hurewicza, który przewidując nadchodzące niebezpieczeństwa już wcześniej przeniósł

się za ocean. Pośpiech w aranżowaniu wyjazdu sprawił, iż – choć Eilenberg miał doktorat – do USA wjechał ze studencką wizą, którą było znacznie łatwiej otrzymać niż wizę imigracyjną. Tak pisał o okolicznościach uzyskania wizy (patrz artykuł [6]):

In the fall of 1938 I was in Warsaw when a letter arrived from Lefschetz that he and Hurewicz had prevailed upon Ray Wilder to invite me to Michigan. The letter was and had to be ambivalent. I was invited to be a student (though I was already two years past my Ph.D.). This was needed to get a Polish passport and an American visa.

W porcie w Nowym Jorku na Eilenberga czekali Hurewicz i Wallman. Pierwszą posadę otrzymał w University of Michigan, gdzie spotkał Saundersa MacLane'a i Normana Steenroda. Wyjazd na stypendium Fulbrighta i Guggenheima do Paryża w 1950/51 roku rozpoczął współpracę z Henri Cartanem oraz grupą Bourbaki.



Zdjęcie w polskim paszporcie
wydanym w Nowym Jorku w roku 1945
(źródło: University Archives,
Columbia University in the City of New York)

Wyjeżdżając, Eilenberg pozostawił w Warszawie rodziców, którzy nadal mieszkali w domu przy ul. Twardej. Zachował się list od obojga rodziców z lata 1939 roku, w którym ojciec wspomina o napiętej atmosferze i planach ewentual-

nego czasowego wyjazdu do Palestyny, które miały być rozważane po letnim wyjeździe pani Eilenberg do Szczawnicy. Wybuch wojny zastał jednak państwa Eilenbergów w Warszawie, a po utworzeniu getta żydowskiego dom przy Twardej znalazł się na jego terenie. W ostatnich kartkach pocztowych z 1940 roku, zapewne cenzurowanych – pierwszej po polsku, drugiej późniejszej w łamanym niemieckim – rodzice donoszą, że dołączyła do nich babcia (zapewne z Lublina), że są zdrowi i troszczą się o zdrowie syna. Rodzice – jak i większość dalszej rodziny Eilenberga – została zgładzona przez hitlerowskich okupantów. Ocalały z Holocaustu kuzyn ze strony matki przesłał Eilenbergowi w 1947 roku swoją fotografię z dedykacją na odwrocie: „Drogiemu bratu za oceanem od człowieka, co za życia poznał piekło”.

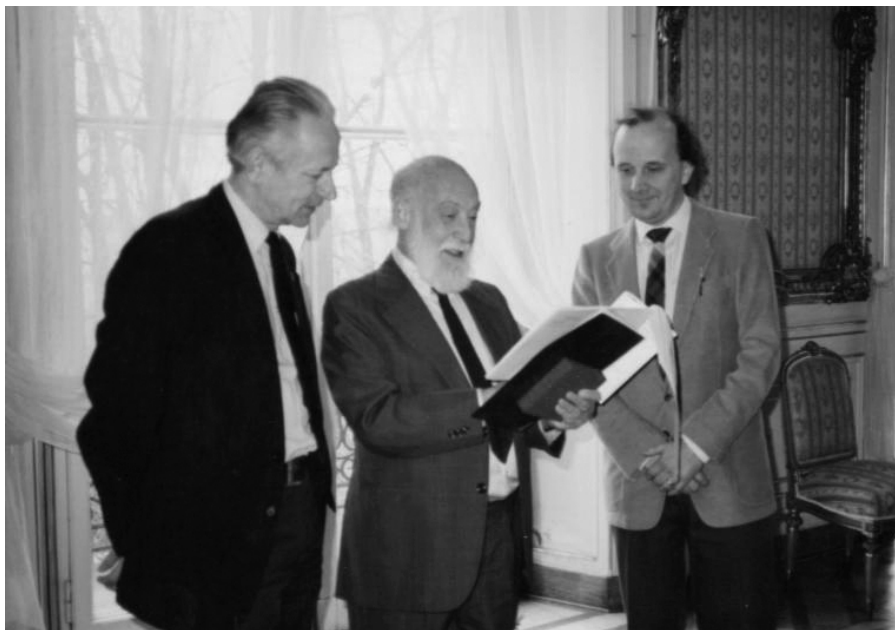
Po wybuchu wojny Eilenberg zgłosił chęć wstąpienia do wojska. Nie doszło do tego – po przystąpieniu USA do wojny brał w pewnym stopniu udział w programie atomowym, którego wielką postacią był jego przyjaciel z lat warszawskich Stanisław Ulam. W książce [16] Ulam wspomina Eilenberga oraz – co ciekawe – że pewne idee teorii kategorii występowały w jego, Ulama, notatkach w latach trzydziestych. Może więc o tym rozmawiali? Eilenberg zrezygnował z obywatelstwa polskiego dopiero w 1948 roku i przyjął obywatelstwo USA.

7. Osobiste wspomnienia

Gdy wspólnie z grupą rówieśników, studentów Wydziału MIM UW, stworzyliśmy w 1970 roku prywatne seminarium poświęcone nauce topologii algebraicznej (traktowanej wówczas w Warszawie bez specjalnej sympatii) natrafiliśmy oczywiście na książkę Eilenberga i Steenroda [9]. Nie zdawaliśmy sobie jednak sprawy, że jeden z autorów ma warszawskie rodzinne i naukowe korzenie. Wszyscy wiedzieliśmy, że znakomitymi wychowankami polskiej szkoły – obok pozostałych w Polsce matematyków – byli emigranci: Stanisław Ulam, Alfred Tarski, Antoni Zygmund. Eilenberga w tym kontekście nie wymieniano. O tym, że Eilenberg uzyskał doktorat na UW bodaj pierwszy raz dowiedziałem się ze wzmianki w wydanej w 1973 roku książki Kuratowskiego [11]. W innych opracowaniach dotyczących historii międzywojennej matematyki warszawskiej nazwisko Eilenberga jest także wspomniane jedynie incydentalnie. Do 1991 roku Eilenberg nie był chyba oficjalnie zapraszany przez polskich matematyków. Przyjeżdżał jednak kilkakrotnie do kraju, odwiedzając we Wrocławiu przyjaciół, Bronisława Knastera i Stanisława Lipeckiego, a także do Warszawy, jako delegat Fundacji Rockefellera, na przesłuchania kandydatów na stypendia w USA. Wspominał, że starał się przyjeżdżać w okresie truskawkowym, bo uwielbiał smak polskich truskawek.

Zapewne w okresie powojennym spotykał polskich matematyków za granicą, może z nimi korespondował, ale nie zachowały się po tym ślady, poza wspomnianymi dwoma pracami opublikowanymi w *Fundamenta*. W 1984 roku *Wiadomości Matematyczne* opublikowały tłumaczenie cytowanego na wstępie artykułu MacLane'a [13], zabrakło jednak informacji biograficznej i wspomnień polskich matematyków. Być może jednak ten artykuł, a następnie przesłany w 1988 roku do *Fundamenta* artykuł [4] spowodował, że nad Wisłą pamięć o Eilenbergu została przywrócona. W 1991 roku został zaproszony przez Uniwersytet Warszawski i Oddział Warszawski PTM do wygłoszenia wykładu im. Waława Sierpińskiego.

Wraz z moją żoną, Agnieszką Bojanowską, spotkaliśmy po raz pierwszy Eilenberga w dżdżysty marcowy dzień 1991 roku na lotnisku Okęcie, gdy przybył do Warszawy z Londynu (gdzie także miał mieszkanie). Podczas pobytu w Polsce, 25 marca 1991 roku, na Wydziale MIM (już przy ul. Banacha 2), wygłosił nienaganną polszczyzną wykład *Czterdzieści lat powojennej topologii*.

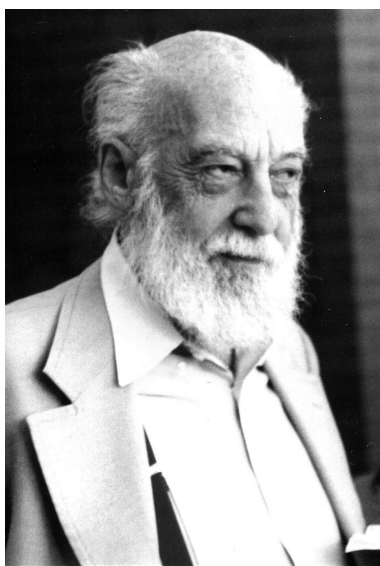


Rektor UW A. K. Wróblewski, S. Eilenberg, Dziekan Wydziału MIM S. Jackowski podczas uroczystości wręczenia medalu Sierpińskiego w 1991 roku

Eilenberg został także podjęty na specjalnym spotkaniu przy kawie w Międzynarodowym Centrum im. Stefana Banacha, wówczas mieszczącym się w pałacyku przy ul. Mokotowskiej. Podczas spotkania niektórzy uczestnicy usiłowali

delikatnie przekonywać o wyższości metod mnogościowych nad algebraicznymi w topologii. Eilenberg uprzejmie podjął wyzwanie i *a vista* przedstawił na tablicy dowód pewnego swojego wyniku z topologii mnogościowej, który uważał za interesujący. Wspominał pewien swój wynik z lat trzydziestych uzyskany metodami topologii mnogościowej, a uogólniający pewne twierdzenie Bieberbacha o otwartości odwzorowań, zwanego *Gebietstreue*. Twierdzenie było nazywane nazwiskami Bieberbacha–Eilenberga, co tego pierwszego bardzo denerwowało, bo był zdeklarowanym nazistą. Wkrótce po wyjeździe, 17 maja 1991 roku, Eilenberg został powołany na członka zagranicznego PAN. Wniosek podpisali Andrzej Białynicki-Birula, Bogdan Bojarski i Andrzej Pliś. Przykro, że w dniu, gdy piszę te słowa, wciąż nie ma portretu Eilenberga w galerii zdjęć matematyków polskich eksponowanej na ścianach Instytutu Matematycznego PAN⁸.

Ponownie przybył do Polski dwa lata później, w czerwcu 1993 roku, zaproszony przez Andrzeja Granasa na konferencję w Toruniu i Ciechocinku pod tytułem: *International Symposium in honour of Samuel Eilenberg – Topological Fixed Point Theory and its Applications*. Podczas konferencji obchodzono osiemdziesiątą rocznicę urodzin Eilenberga. Otrzymał honorowe członkostwo PTM.



Samuel Eilenberg podczas konferencji
w Toruniu w 1993 roku
(z archiwum Jerzego Mioduszewskiego)

⁸ Dyrektor IM PAN zapewnił mnie, że portret jest już oprawiany i niebawem zawisnie.

Tak się szczęśliwie złożyło, że w kolejnym tygodniu miała miejsce cykliczna konferencja *International Conference on Algebra and Topology*, odbywająca się tym razem w Domu Dziennikarza w Kazimierzu Dolnym. Eilenberg z przyjemnością przyjął zaproszenie w charakterze gościa honorowego, a 17 czerwca 1993 roku wygłosił referat *Cellular spaces* o pewnej modyfikacji pojęcia CW-kompleksu. Wieczorami popijał wino z młodymi matematykami i grał z nimi w brydża.

Ostatnie pobyty w Polsce były jednak dla Eilenberga ważne przede wszystkim w wymiarze nostalgicznych wspomnień. Poszukiwał miejsc zapamiętanych z młodości, zwiedzał zabytki, w czym towarzyszyła mu moja żona jako przewodnik i szofer. Oddaję jej głos:

Podczas pobytu Eilenberga w Warszawie w 1991 przyjeżdżałam co rano po niego do hotelu – na ogół czekał w recepcji, zawsze bardzo punktualny, i ruszaliśmy w miasto. Mimo swych lat był bardzo wytrwałym piechurem. Z zainteresowaniem wędrował po Warszawie – odwiedziliśmy standardowe turystyczne miejsca jak Łazienki, Stare Miasto, Krakowskie Przedmieście, Uniwersytet – ale także szukaliśmy śladów dawnej, przedwojennej Warszawy. Eilenberg, raczej małomówny, trochę opowiadał. Jego polszczyzna mimo tylu lat spędzonych poza Polską była nienaganna, a styl mówienia bardzo lapidarny. Miał subtelne poczucie humoru, przytaczał wiele anegdot. Uderzała także jego rozległa wiedza z historii Polski, literatury, historii sztuki. Gdy wstąpiliśmy obejrzeć wystawę dywanów w Pałacu pod Blachą okazało się, że Eilenberg o dywanach wie wszystko – o sposobach tkania, wzornictwie, datowaniu – mógłby z powodzeniem być przewodnikiem po wystawie, którą widział po raz pierwszy. Wędrując i słuchając Eilenberga zrozumiałam też, jak niewiele współczesna Warszawa, mimo odbudowy, przypomina tę sprzed II wojny światowej. Eilenberg opowiadał też trochę o Uniwersytecie, o studiach, swoich kontaktach ze środowiskiem Teatru Żydowskiego, o Żydowskim Akademickim Związku Sportowym. Wspominał też o narastającym w latach trzydziestych antysemityzmie. Na wydziale matematyczno-przyrodniczym nie było to bardzo odczuwalne, gdyż bardzo duży procent studentów stanowili Żydzi. Opowiadał wszakże, że pewnego dnia na teren Uniwersytetu wtargnęły bojówki i rozpoczęło się bicie studentów żydowskich. Ci uciekli do Pałacu Kazimierzowskiego w nadziei na ochronę przez władze uczelni. Rektor istotnie wyszedł, ale powiedział tylko: *Panowie, tu proszę się nie bić, tu jest za ciasno...* Eilenberg z kolegą salwowali się ucieczką po skarpie na Powiśle, przez ówczesny ogród botaniczny.

Pewnego dnia Eilenberg chciał odnaleźć willę Bronisława Knastera przy ul. Narbutta. Odnalezienie domu nie było łatwe. Wchodziliśmy do kilku, aż w końcu w jednym Eilenbergowi przy czytaniu listy lokatorów zabłysnęły oczy – to tutaj, dzwonił. Odnalezione nazwisko, to Nina Gradstein, „biała” Rosjanka

z przedrewolucyjnych wyższych sfer, żona kuzyna Bronisława Knastra, kompozytora Alfreda Gradsteina. Eilenberg poznał ją w Paryżu w czasie swojego wyjazdu z kraju w 1938 roku. Drzwi otworzyła nam starszka w szlafroku, która ucieszyła się niezmiernie, częstowała herbatą i herbatniczkami, opowiadała i opowiadała, czasem z sensem, czasem niezupełnie. Z trudem udało się nam pożegnać i wyjść. Eilenberg popatrzył na mnie i po swoim skwitował krótko: *Trochę śmiesznie, trochę smutno*. Odwoziłam także Eilenberga opodal na spotkanie z kolegą z czasów studenckich, który uniknął zagłady dzięki ucieczce do Związku Radzieckiego. Towarzyszyłam mu również podczas wizyty u pana Jakuba Przytyckiego (ojca Feliksa i Józefa), który także studiował matematykę w tym samym okresie.

Nasze następne spotkanie nastąpiło w 1993 roku w Kazimierzu Dolnym podczas konferencji z topologii algebraicznej, której Eilenberg był honorowym gościem. Po obiedzie stał w hallu Domu Dziennikarza, popatrzył na mnie i powiedział tylko – *ja czekam*. Wędrowaliśmy więc po Kazimierzu, jeździliśmy po okolicach. Eilenberg był wyraźnie słabszy fizycznie i niekiedy brał mnie pod rękę, by łatwiej było mu iść. Nic jednak nie stracił z żywego zainteresowania w oglądaniu wszystkiego co wokół – śladów żydowskiego Kazimierza, zabytków, ale i okolicznych wsi i przyrody. Pamiętam zabawny incydent, gdy weszliśmy do muzeum w Kazimierzu, gdzie w hallu za szybą wyeksponowane były zwoje Tory. Eilenberg rzucił okiem i powiedział – *Jest do góry nogami*. Zgłosiliśmy to pracownikom muzeum.

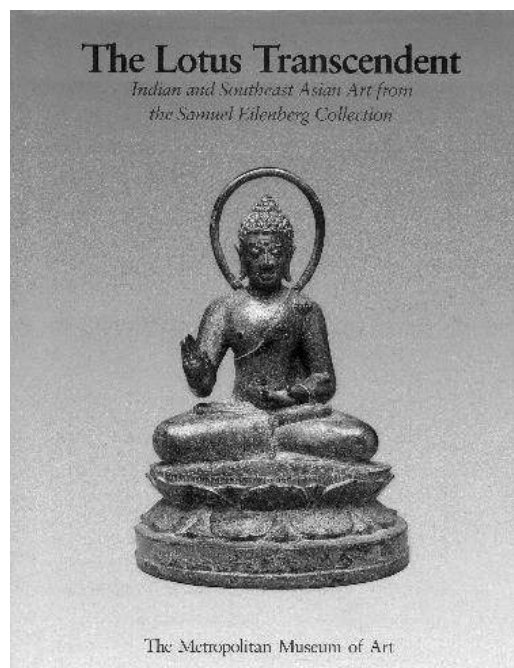
W 1996 roku Eilenberg doznał udaru mózgu – po raz ostatni widziałem go na oddziale szpitalnym nowojorskiego *Jewish Home and Hospital for the Aged*. Nie mógł mówić ani się poruszać, ale jego żywe oczy wskazywały, że rozumiał, co się do niego mówi, i starał się zwrotnie komunikować. Na jego prośbę wpisałem się do książki gości, w której były już ślady wizyt wielu matematyków. Wydobrał na tyle, że zdołał jeszcze wrócić do domu, gdzie opiekowały się nim osoby z Polski, zorganizowane przez nowojorskich przyjaciół. Po kolejnym udarze zmarł w Nowym Jorku 30 stycznia 1998 roku.

8. Dziedzictwo

Z pewnością najważniejszą spuścizną Samuela Eilenberga stanowią jego dokonania matematyczne. Obraz jego osoby i dokonań nie byłby jednak pełny, gdybyśmy nie wspomnieli o Samuelu Eilenbergu – kolekcjonerze i znawcy sztuki Dalekiego Wschodu. Początek tym zainteresowaniom dał zapewne pobyt w *Tata Institute* w Bombaju (dzisiaj Mumbai). Sława Eilenberga jako kolekcjonera była przedmiotem wielu anegdot, niektóre z nich można znaleźć we wspomnieniach [1]. Przytoczymy opis kolekcji, umieszczony w pośmiertnym

artykule w *New York Times* (3 lutego 1998 roku), w którym pisze się o Eilenbergu jako o „an eminent mathematician and collector of Asian art” i dalej:

Beginning in the mid-1950's, Dr. Eilenberg amassed an art collection comprising many small sculptures and other artifacts, in bronze, silver, stone and other materials. The works were made between the 3rd century B.C. and the 17th century in Indonesia, Pakistan, India, Nepal, Thailand, Cambodia, Sri Lanka and Central Asia. The collection came to be valued at more than \$5 million. Then in 1987, he gave more than 400 artifacts from the collection to the Metropolitan Museum of Art, which put on a show of holdings from his collection, “The Lotus Transcendent: Indian and South-east Asian Art From the Samuel Eilenberg Collection”, in 1991 and 1992. In return for his generosity, the museum raised most of the \$1.5 million necessary to create the Samuel Eilenberg Visiting Professorship of Mathematics at Columbia [University].



Okładka książki poświęconej kolekcji Eilenberga, wydanej przez *Metropolitan Museum of Art*

Kolekcja Eilenberga jest dziś ważnym fragmentem ekspozycji sztuki azjatyckiej w *Metropolitan Museum of Art* w Nowym Jorku. Co roku wybitni matematycy są zapraszani do wygłaszania wykładów w ramach *Eilenberg Lecture Series* na *Columbia University*. Ostatnim wykładowcą był geometra algebra-

iczny Joe Harris z *Harvard University*. Dodajmy, że na uczelni *University of Michigan*, gdzie Eilenberg pracował po przyjeździe do USA, istnieje profesura im. Eilenberga. Zatrudniony tam obecnie wybitny amerykański matematyk Hyman Bass posiada tytuł *Samuel Eilenberg Distinguished University Professor*.

Bibliografia

- [1] H. Bass, H. Cartan, P. Freyd, A. Heller, S. Mac Lane, *Samuel Eilenberg (1913–1998)*, Notices of the AMS 45 (1998), nr 10, 1344–1352.
- [2] N Bruschiński, *Steitige Abbildungen und Bettische Gruppen der Dimensionalzahlen 1 und 3*, Mathematische Annalen 109 (1934), 525–537.
- [3] J. Dydak, *Ideas and influence of Karol Borsuk*, Wiadomości Matematyczne 48 (2012), nr 2, 81–96.
- [4] E. Dyer, S. Eilenberg, *Globalizing fibrations by schedules.*, Fundam. Math. 130 (1988), nr 2, 125–136.
- [5] S. Eilenberg, *Karol Borsuk – Personal Reminiscences*, Topological Methods Nonlinear Anal. 1 (1993), 1–2.
- [6] S. Eilenberg, *Witold Hurewicz – Personal Reminiscences*, [w:] Collected works of Witold Hurewicz (K. Kuperberg, red.), American Mathematical Society, Providence 1995, XIV–XVI.
- [7] S. Eilenberg, K. Kuratowski, *A remark on duality.*, Fund. Math. 50 (1962), 515–517.
- [8] S. Eilenberg, S. MacLane, *General Theory of Natural Equivalences*, Trans. Am. Math. Soc. 58 (1945), 231–294.
- [9] S. Eilenberg, N. Steenrod, *Foundations of Algebraic Topology*, Princeton University Press, Princeton 1952.
- [10] S. Eilenberg, J. A. Zilber, *Semi-simplicial complexes and singular homology.*, Ann. Math. 51 (1950), 499–513.
- [11] K. Kuratowski, *Pół wieku matematyki polskiej 1920–1970*, Omega, t. 247, Biblioteka Wiedzy Powszechnej, Warszawa 1973.
- [12] K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Biblioteka Matematyczna, PWN, Warszawa 1952.
- [13] S. MacLane, *The work of Samuel Eilenberg in topology*, [w:] Algebra, topology, and category theory: a collection of papers in honor of Samuel Eilenberg (A. Heller, M. Tierney, red.), McGraw-Hill, New York 1976, 133–134. tłumaczenie polskie: *Samuel Eilenberg i topologia*, Wiad. Mat. 25 (1984), nr 2, 229–242.
- [14] J. Peter May, *An appreciation of the work of Samuel Eilenberg (1913–1998)*, Wiad. Mat. 48 (2012), nr 2, 185–198.
- [15] J. Milnor, *On axiomatic homology theory*, Pacific J. Math. 12 (1962), nr 1, 337–441.
- [16] S. Ulam, *Przygody matematyka*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1996.

**Publikacje Samuela Eilenberga do 1939 roku
wg *Zentralblatt für Mathematik***

- [E17] *Cohomologies et transformations continues*, C. R. Acad. Sci., Paris, 208 (1939), 68–69.
- [E18] *Généralisation du théorème de M. H. Hopf sur les classes des transformations en surfaces sphériques*, Compositio math., Groningen, 6 (1939), 428–433.
- [E19] *On the relation between the fundamental group of a space and the higher homotopy groups*, Fundam. Math. 32 (1939), 167–175.
- [E20] *Théorèmes d'addition concernant le groupe des transformations en circonférence*, Fundam. Math., Warszawa, 32 (1939), 193–200.
- [E21] *Quelques propriétés caractéristiques de la dimension*, Fundam. Math. 31 (1938), 149–153.
- [E22] *Sur le prolongement des transformations en surfaces sphériques*, Fundam. Math., Warszawa, 31 (1938), 179–200.
- [E23] *Sur les transformations à petites tranches*, Fundam. Math., Warszawa, 30 (1938), 92–95.
- [E24] *Sur la multicohérence des surfaces closes*, C. R. Soc. Sci. Lett. Varsovie, Cl. III. 30 (1937), 109–111.
- [E25] *Sur l'enlacement faible*, C. R. Acad. Sci., Paris, 204 (1937), 1226–1227.
- [E26] *Sur les courbes sans noeuds*, Fundam. Math., Warszawa, 28 (1937), 233–242.
- [E27] *Sur les ensembles plans localement connexes*, Fundam. Math., Warszawa, 29 (1937), 159–160.
- [E28] *Sur les espaces multicohérents. II*, Fundam. Math., Warszawa, 29 (1937), 101–122.
- [E29] *Sur les groupes compacts d'homéomorphies*, Fundam. Math., Warszawa, 28 (1937), 75–80.
- [E30] *Über ein Problem von H. Hopf*, Fundam. Math., Warszawa, 28 (1937), 58–60.
- [E31] *Un théorème sur l'homotopie*, Ann. Math., Princeton, (2) 38 (1937), 656–661.
- [E32] *O zastosowaniach topologicznych odwzorowań na okrąg koła*, Wiadom. Mat. 41 (1936), 1–32.
- [E33] *Bemerkungen zur Pontrjaginschen Verallgemeinerung des Alexanderschen Dualitätssatzes*, Fundam. Math., Warszawa, 26 (1936), 224–228.
- [E34] *Sur le théorème de décomposition de la théorie de la dimension*, Fundam. Math., Warszawa, 26 (1936), 146–149.
- [E35] *Sur les espaces multicohérents. I*, Fundam. Math., Warszawa, 27 (1936), 152–190.
- [E36] *Sur un théorème topologique de M. L. Schnirelmann*, Rec. math. Moscou (2) 1 (1936), 557–560.
- [E37] *Transformations continues en circonférence et la topologie du plan*, Fundam. Math., Warszawa, 26 (1936), 61–112.
- [E38] *Über stetige Abbildungen der Teilmengen euklidischer Räume auf die Kreislinie*, Fundam. Math., Warszawa, 26 (1936), 207–223.
- [E39] *Un théorème de dualité*, Fundam. Math., Warszawa, 26 (1936), 281–282.

- [E40] *Deux théorèmes sur l'homologie dans les espaces compacts*, Fundamenta Math. 24 (1935), 151–155.
- [E41] *Remarque sur un théorème de M. Hurewicz*, Fundamenta Math. 24 (1935), 156–159.
- [E42] *Sur la dérivation des fonctions dans des ensembles dénombrables*, Fundamenta Math. 25 (1935), 264–266.
- [E43] *Sur le plongement des espaces dans les continus acycliques*, Fundamenta Math. 24 (1935), 65–71.
- [E44] *Sur les transformations d'espaces métriques en circonférence*, Fundamenta Math. 24 (1935), 160–176.
- [E45] *Sur l'invariance par rapport aux petites transformations*, C. R. 200 (1935), 1003–1005.
- [E46] *Sur quelques propriétés des transformations localement homéomorphes*, Fundamenta Math. 24 (1935), 35–42.
- [E47] *Sur quelques propriétés topologiques de la surface de la sphère*, Fundamenta Math. 25 (1935), 267–272.
- [E48] *Sur les décompositions des continus en ensembles connexes*, Fundamenta 22 (1934), 297–302.
- [E49] *Sur les transformations continues d'espaces métriques compacts*, Fundamenta 22 (1934), 292–296.
- [E50] *Sur les transformations périodiques de la surface de sphère*, Fundamenta 22 (1934), 28–41.
- [E51] *Remarques sur les ensembles et les fonctions relativement mesurables*, C. R. Soc. sc. Varsovie 25 (1933), 93–98.

Stefan Jackowski
Uniwersytet Warszawski
sjack@mimuw.edu.pl