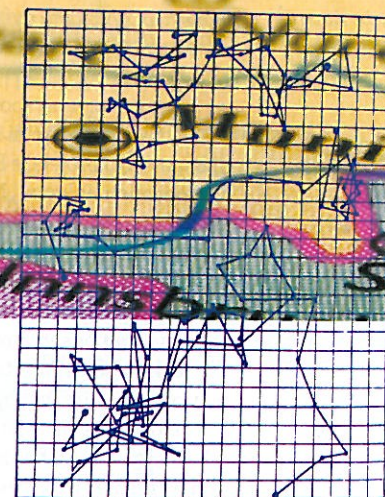


EURO W PODRÓŻY

Z pamiętnika pewnej monety

JACEK MIĘKISZ



JESTEM MONETĄ – jednym euro. Urodziłam się pierwszego stycznia 2002 roku, ważę 4,5 g, mam 23,25 mm średnicy i 2,33 mm grubości. Zrobiono mnie ze stopu miedzi, cynku i niklu, czyli mosiądzu. Pierwsze chwile życia spędziłam w sejfie, gdzieś w Paryżu, razem ze swoimi siostrami i braćmi. Jesteśmy wielką rodziną – tego pamiętnego dnia powstało nas 65 mld! Tak czy inaczej na początku było całkowicie ciemno i potwornie nudno.

Ale potem się zaczęło. Ileż ja się od tamtej pory napodróżowałam! Najpierw odwiedziłam mnóstwo pięknych miejsc we Francji. Zwykle towarzyszyło mi w portfelu 15 innych monet o różnych nominałach. Na rewersie wszystkie miałyśmy mapę Europy, na awersie promowałyśmy wolność, równość i braterstwo – bądź co bądź byłyśmy Francuzkami. Z czasem, mimo że nie wychylałam nosa za granicę, zaczęłam spotykać monety z innych krajów. Na początku z 12, później doszło jeszcze 5 – teraz jest nas 19 rodzajów narodowych (16 krajów z Unii Europejskiej, a dodatkowo Monako, San Marino i Watykan). Zagraniczne koleżanki opowiadały mi o miejscach, które udało im się odwiedzić. Zazdrościłam im. Też chciałam wyjechać za granicę. Kiedyś holenderska moneta wspomniała, że mniej więcej rok po narodzinach była przez chwilę w swoim rodzinnym kraju, i zauważyła, że blisko połowa monet w portfelu jest z zagranicy.

W końcu któregoś dnia i ja zaczęłam swoją europejską przygodę – poleciałam do Brukseli. Od tego czasu zwiedziłam wie-

le miejsc w Eurolandzie. Zwykle zatrzymuję się w jakimś kraju trochę dłużej i robię wypad do innego tylko na dwa tygodnie – w zimie, żeby poszaleć na nartach, w lecie, żeby wygrzać się na plaży. Po urlopie wracam pociągiem lub samolotem.

Te podróże wydają mi się całkowicie chaotyczne, nieprzewidywalne. Zawsze chciałam je w jakiś uporządkowany sposób opisać, zrozumieć, co nimi rządzi, poznać reguły, schematy. Nie kończyłam żadnych szkół i nie odebrałam formalnego wykształcenia, ale mówi się, że podróże kształcą – że uczysz się, kiedy odwiedzasz różne miejsca, rozmawiasz z monetami z innych kultur, innych krajów. I słuchasz, co mówią ludzie.

Rzeczywiście – któregoś dnia, kiedy uczestniczyłam w kolacji (oczywiście nie byłam zaproszona, po prostu tkwiłam w portfelu swojego właściciela), stałam się świadkiem ciekawej rozmowy.

– Wszystko zaczęło się od botanika Roberta Browna – zagał w wąsaty mężczyzna, najpewniej biolog. – W 1937 roku Brown obserwował ziarna pyłku unoszące się na wodzie. Poruszały się zygzakami. Aby mieć pewność, że nie kieruje nimi żadna żywa istota, powtórzył eksperyment z cząstkami nieorganicznymi. No i taki chaotyczny ruch zawieszin w cieczy nazwano później od nazwiska jego odkrywcy ruchami Browna...

– I tu właśnie wkroczyliśmy my, fizycy – przerwała mu młoda dama. – Ruchy Browna to domena fizyki statystycznej, która zajmuje się układami wielu wzajemnie oddziałujących na sie-

bie cząstek. Albert Einstein i Marian Smoluchowski zrozumieli naturę takich stochastycznych procesów i w roku 1905 niezależnie wyprowadzili odpowiednie równania. Tak naprawdę ich prace potwierdziły pośrednio istnienie atomów i cząsteczek odpowiedzialnych za ruchy Browna. Obliczyli średnie przesunięcie pojedynczego pyłku i okazało się, że jest ono proporcjonalne do pierwiastka kwadratowego z czasu obserwacji. Innymi słowy, dali podstawy naukowe zjawisku dyfuzji.

– Nie tak szybko panie i panowie – wtrącił się mężczyzna w ciemnym garniturze, mój właściciel. – Pięć lat wcześniej Louis Bachelier, doktorant Henriego Poincaré (matematyka, którego słynna hipoteza została niedawno udowodniona – patrz str. 13), napisał rozprawę „Teoria spekulacji” („Théorie de la spéculation”). Badał ruch cen akcji na giełdzie i modelował go procesem losowych wahań w dół lub w górę. Opracował więc model dyfuzji akcji. Wiele lat później nazwano go „błądzeniem przypadkowym rynku akcji”. Bachelier był ojcem matematyki finansowej, ale także, podkreślę, nowoczesnych procesów stochastycznych.

Podano kawę. Wszyscy nalali sobie do filiżanek po odrobinie mleka i w milczeniu obserwowali, jak jego cząsteczki, bombardowane przez niewidoczne cząsteczki wody, rozpraszają się w czarnej jak diabeł cieczy, aby w końcu utworzyć perfekcyjne *café au lait*.

– Cieszę się, że ty, ekonomista, doceniasz istotną rolę matematyków w całej tej sprawie – przerwał ciszę młody mężczy-

zna. – Zjawisko ruchów Browna jest wyjątkowo subtelne i dziwne. Dlatego trzeba się nim zajmować z niezwykłą ostrożnością, a my matematycy jesteśmy w tym mistrzami. Jak wspomniała nasza koleżanka fizyczka, średnie przesunięcie brownowskiej cząsteczki jest proporcjonalne do pierwiastka kwadratowego z czasu. A jak wszyscy wiemy, prędkość to stosunek drogi do czasu. Kiedy podzielimy \sqrt{t} przez t , otrzymamy $1/\sqrt{t}$, a więc kiedy t zbliża się do zera, prędkość dąży do nieskończoności. Ruchy Browna cechuje nieskończona prędkość z ciągle zmieniającym się kierunkiem. Model matematyczny tego procesu zaproponował amerykański matematyk Norbert Wiener i dlatego proces ten nazywa się procesem Wienera. Możemy w nim przez długi czas śledzić ruch pojedynczej cząsteczki i na jego podstawie wyciągnąć wnioski o całym układzie w stanie równowagi.

I wtedy właśnie mnie olśniło. Przyszedł mi do głowy niesamowity pomysł. Jestem zwykłą monetą, jedną z wielu. Używa się mnie do kupowania i sprzedawania. I to jest w porządku. Ale może ja mam do wypełnienia jeszcze jakąś ważną misję? Jeśli prześledzi się moją historię i policzy, ile razy byłam w różnych miejscach i w jakiej kolejności je odwiedzałam, otrzyma się cenną informację o wędrówkach mieszkańców Europy. Odkryje się w ten sposób wzory ludzkiej mobilności i pozna społeczne powiązania, co może być bardzo cenne choćby dla epi-

Zygzakowate ruchy Browna drobnych ziarenek pyłku w wodzie, cząstek mleka w kawie i naszej monety po Eurolandzie.



To ja, francuska moneta euro i moje siostry.

➤ demiológów. Podekscytowałam się. Przemieszczanie się monet jest jeszcze jednym przykładem dyfuzji! My monety euro uczestniczymy w eurodyfuzji!

Wkrótce po tym spotkaniu zabrano mnie w podróż służbową do Holandii i w trakcie jednego ze spotkań dowiedziałam się o projekcie Euro-diffusion zainicjowanym przez czasopismo naukowe „Natuur & Technik” i kilku holenderskich naukowców (www.maths-in-industry.org/miis/93/). Zebrali oni dane o kraju pochodzenia około procenta monet euro w portfelach Holendrów w ciągu pierwszych sześciu tygodni 2002 roku. To pozwoliło im wyliczyć tempo dyfuzji, czyli odsetek monet będących w obiegu w Holandii, które zostały zastąpione przez monety zagraniczne po upływie miesiąca (było to 4%). Wykorzystali te wyliczenia do oszacowania, po jakim czasie połowa monet w portfelach Holendrów będzie obcego pochodzenia (wspominałam wcześniej, że moment ten zaobserwowała moja holenderska przyjaciółka).

Przysłuchując się rozmowie, nagle sobie uzmysłowiłam, że gdy byłam na wakacjach we Francji, ktoś poprosił właścicielkę portmonetki, w której się znajdowałam, o jej otwarcie. Popatrzył uważnie na mnie i na moje towarzyszyki i coś zapisał w notesie. Skojarzyłam, że był to zapewne

człowiek z Euro Spatial Diffusion Observatory, które prowadzi badania nad dystrybucją monet euro w różnych rejonach Francji (www.esdo.prd.fr).

Do modelowania procesu holenderscy naukowcy użyli łańcucha Markowa, w którym każda moneta mogła albo przebywać w Holandii, albo w innym kraju z pewnymi prawdopodobieństwami przejścia. Prawdopodobieństwo, że moneta znajdzie się jutro w określonym miejscu (stan łańcucha Markowa), zależy od miejsca, w którym jest dzisiaj, ale nie od historii jej podróży. To jest właśnie właściwość Markowa – przyszłość nie zależy od przeszłości, pod warunkiem że znany jest stan obecny. W dłuższej perspektywie częstotliwości odwiedzin każdego kraju ustala się, osiągając wartość niezależną od warunków początkowych. Lokalna cecha podróżujących (brak pamięci) przekłada się z czasem na globalną właściwość całej populacji (ślad warunków początkowych z czasem zanika).

Dyfuzję mleka w kawie i ruchy akcji można również modelować łańcuchami Markowa. Wszystkie one są modyfikacją błędzenia przypadkowego. Wyobraźmy sobie spacerowicza, który za każdym razem wykonuje krok do przodu z prawdopodobieństwem 1/2 i krok do tyłu z tym samym prawdopodobieństwem. Taki spacerowicz w końcu trafi do swojego domu, oczywiście pod warunkiem że jego dom jest na linii (kierunku) spaceru.

Kilka lat temu zdarzyło się, że wyjechałam poza Euroland do Polski. Znalazłam się w portfelu razem z kilkoma polskimi monetami. Opowiedziały mi o kilku uroczych miejscach w Polsce i o jej ciekawej historii. Niestety, nic w tym kraju nie zobaczyłam, bo zaraz po przylocie trafiłam do mieszkania opodal lotniska i wrzucono mnie na kilka miesięcy do szuflady. Żadnych spotkań, podróży, pogaduszek z innymi monetami – nic. Bałam się, że zostanę w tej szufladzie na zawsze – prawdziwa śmierć dla monety. Ale szczęście znów się do mnie uśmiechnęło – nieoczekiwanie mnie wyjęto i znów pojechałam do Eurolandu. Mam jednak nadzieję, że kiedyś wrócę do Polski i uda mi się ją zwiedzić. Przyjaciółki powiedziały, że może to być za jakieś pięć lat, kiedy Polska przystąpi do strefy euro i stanie się ono jej oficjalną walutą. Jestem cierpliwa, poczekam. ➤

➤ DR HAB. JACEK MIĘKISZ, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki UW